Observation du mouvement

I. Se repérer dans l'espace : bases d'un repère, système de coordonnées

1. Vecteurs

Un vecteur $\vec{V}$ est un objet mathématique défini par 3 paramètres :

- Une direction
- Un sens
- Une norme notée $\|\vec{V}\|$

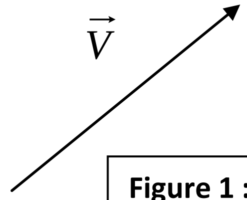


Figure 1 : Vecteur

Lorsque $\|\vec{V}\| = 1$, le vecteur $\vec{V}$ est dit unitaire.

2. Opérations sur les vecteurs

a) Produit scalaire

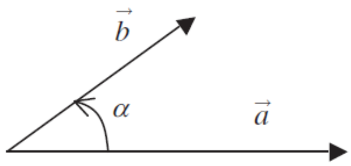


Figure 2 : Produit scalaire de deux vecteurs

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ est le nombre réel, noté : $\vec{a}.\vec{b}$ (. lire « scalaire ») défini par :

$$\vec{a}.\vec{b} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{a}+\vec{b}\|^2 - \|\vec{a}\|^2 - \|\vec{b}\|^2\right)$$

Plus pratique, on retient le mode de calcul suivant qui peut être pris pour définition remplaçant la précédente : $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a} = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\|\cos(\vec{a},\vec{b}) = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\|\cos\alpha$

Par conséquent , la norme d'un vecteur correspond à la racine du carré scalaire puisque :

$$\|\vec{V}\|^2 = \vec{V}.\vec{V} = \vec{V}^2$$

Le produit scalaire de deux vecteurs orthogonaux (id. $\alpha = \pi/2$)est toujours nul : $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a} = 0$
Inversement, deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont dits orthogonaux si et seulement si $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a} = 0$.

b) Produit vectoriel (valable uniquement dans l'espace 3D)

On appelle **produit vectoriel** de $\vec{a}$ par $\vec{b}$ le **vecteur** $\vec{c}$ noté : $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ dont la direction est perpendiculaire au plan engendré par les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et dont le sens est donné par la règle du tirebouchon. La norme, en désignant par α l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$: $\|\vec{c}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\||\sin\alpha|$

La règle du tire-bouchon consiste à placer un tire-bouchon perpendiculairement au plan formé par les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, puis à tourner le tire bouchon dans le sens correspondant à celui qu'impose le produit vectoriel de $\vec{a}$ vers $\vec{b}$ s'il s'agit du produit vectoriel $\vec{a} \wedge \vec{b}$

Le sens du produit vectoriel est alors donné par le sens de déplacement du tire bouchon (figure).
A ce titre, on voit immédiatement que : $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$.
Le produit vectoriel change de signe lors de la permutation des vecteurs.

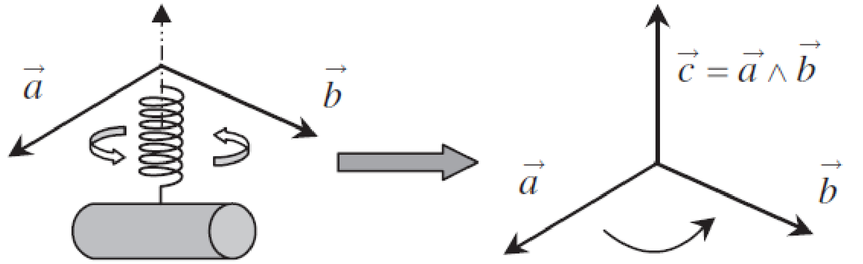


Figure 2 : Produit vectoriel dans l'espace de deux vecteurs

Calcul du produit vectoriel dans une base cartésienne (règle du γ):

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{vmatrix}$$

3. Base d'un repère

Une base de vecteur est un ensemble de vecteurs non colinéaire.

Géométrie du plan :

Dans le plan (2D), il y a au plus deux vecteur non colinéaire. Une base complète dans le plan comporte alors deux vecteurs non colinéaires $(\vec{u}, \vec{v})$. On peut alors décrire n'importe quel vecteur du plan comme une combinaison linéaire de ces deux vecteurs. Ainsi, on a : $\vec{A} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$

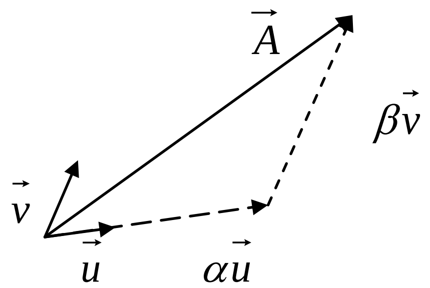


Figure 4 : Décomposition d'un vecteur sur une base

Géométrie de l'espace :

Dans l'espace (3D), il y a au plus trois vecteur non colinéaire. Une base complète dans le plan comporte alors trois vecteurs non colinéaires $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$. On peut alors décrire n'importe quel vecteur du plan comme une combinaison linéaire de ces trois vecteurs. On écrit : $\vec{A} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$.

Repère

Un repère est une base de vecteur auquel on y attache une origine O. On le note $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

Repère orthogonal

Si l'ensemble des vecteurs constituant une base complète d'un repère sont orthogonaux, on parle de repère orthogonal.

Repère orthonormé

Si de plus l'ensemble de ces vecteurs sont orthogonaux et normés de telle sorte que leur norme soit unitaire (égale à 1), on parle alors de repère orthonormé.

Repère orthonormé direct

Un repère orthonormé direct est défini par une origine et un ensemble de vecteurs orthogonaux et unitaires formant une base complète $\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$ de telle sorte que le $\vec{w}=\vec{u}\wedge\vec{v}$.

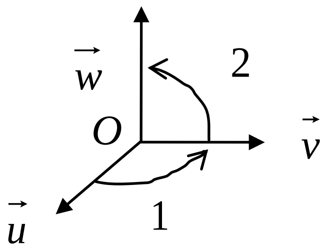


Figure 5 : Repère orthonormé direct

Dans la suite du cours de physique, on ne travaillera uniquement qu'avec des repères orthonormés directs.

4. Systèmes de coordonnées usuels

Le but de cette section est de montrer qu'un système de coordonnée judicieux peut grandement simplifier la résolution d'un problème physique et en particulier en dynamique des sytèmes.

a) Coordonnées cartésiennes

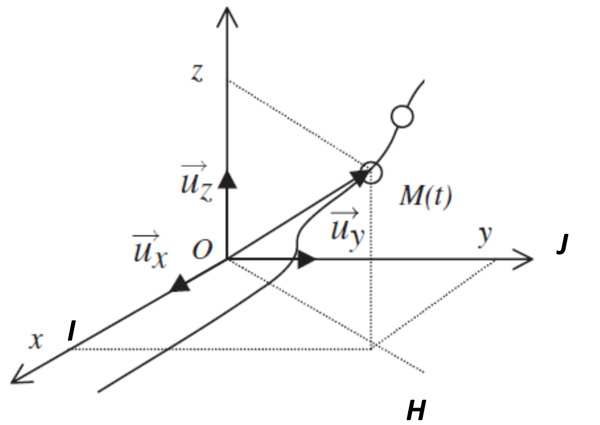


Figure 6 : Système de coordonnées cartésiennes

On voit que pour repérer le point M à partir de l'origine, il convient de définir le vecteur $\overrightarrow{OM}$.
On s'aperçoit sur la figure 6 que l'on peut le décomposer à l'aide de la relation de Chasles :
$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{HM}$

On sait dès lors que : $\overrightarrow{HM}=z\,\overrightarrow{u_z}$
$\overrightarrow{OH}$ appartenant au plan (xOy), ce vecteur se décompose en $\overrightarrow{OH}=x\,\overrightarrow{u_x}+y\,\overrightarrow{u_y}$.

En coordonnées cartésienne, on peut exprimer la définition de la position d'un vecteur position sur la base orthonormée $\left(\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_y},\overrightarrow{u_z}\right)$ avec $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{HM}=x\,\overrightarrow{u_x}+y\,\overrightarrow{u_y}+z\,\overrightarrow{u_z}$.

A retenir : en coordonnées cartésiennes

$\overrightarrow{OM}=x\,\overrightarrow{u_x}+y\,\overrightarrow{u_y}+z\,\overrightarrow{u_z}$ ou encore $\overrightarrow{OM}=\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$

La donnée des 3 composantes cartésiennes d'un vecteur suffit à la définir au même titre que la donnée de sa direction, de son sens et de sa norme.

Distance à l'origine :

La distance à l'origine OM est donnée par

$OM = \sqrt{OM^2} = \sqrt{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM}} = \sqrt{\left(x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y} + z\,\overrightarrow{u_z}\right)\left(x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y} + z\,\overrightarrow{u_z}\right)}$

Sachant que $\overrightarrow{u_x}.\overrightarrow{u_y} = \overrightarrow{u_x}.\overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{u_y}.\overrightarrow{u_z} = 0$, il vient : $OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

b) Coordonnées cylindriques ou cylindro-polaires

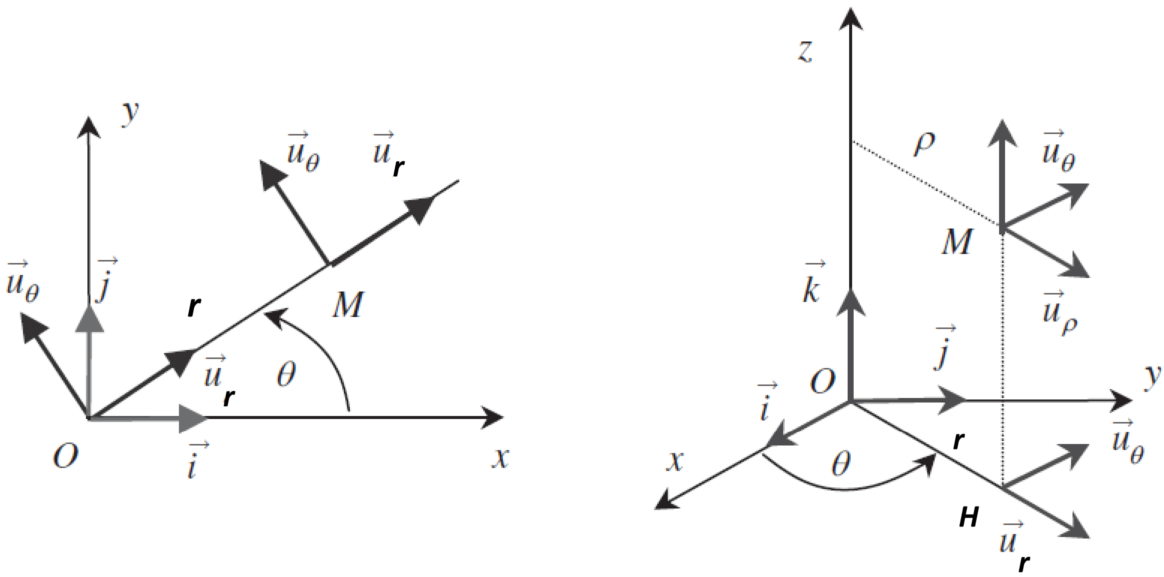


Figure 7 : Système de coordonnées polaires dans le plan (à gauche) et cylindrique dans l'espace (à droite)
N. B. $\vec{i} = \overrightarrow{u_x}$; $\vec{j} = \overrightarrow{u_y}$; $\vec{k} = \overrightarrow{u_z}$

On voit que pour repérer le point M à partir de l'origine, il convient de définir le vecteur $\overrightarrow{OM}$.
On s'aperçoit sur la figure 7 que l'on peut le décomposer à l'aide de la relation de Chasles :

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM}$

On sait dès lors que : $\overrightarrow{HM} = z\,\overrightarrow{u_z}$

$\overrightarrow{OH}$ appartenant au plan (xOy), ce vecteur se décompose en :

$\overrightarrow{OH} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y} = r\,\overrightarrow{u_r}$ (coordonnées polaires).

En coordonnées cylindrique, on peut exprimer la définition de la position d'un vecteur position sur la base orthonormée $\left(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z}\right)$ avec $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = r\,\overrightarrow{u_r} + z\,\overrightarrow{u_z}$.

A retenir : en coordonnées cylindrique

$\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u_r} + z\,\overrightarrow{u_z}$ ou encore $\overrightarrow{OM} = \left| \begin{matrix} r \\ 0 \\ z \end{matrix} \right.$

On remarque en outre que l'on peut obtenir le vecteur orthoradial $\overrightarrow{u_\theta}$ par rotation de dans le sens direct du vecteur radial $\overrightarrow{u_r}$ dans le plan (xOy) ou suivant un axe de rotation $\left(M, \overrightarrow{u_z}\right)$.

c) **Coordonnées sphériques**

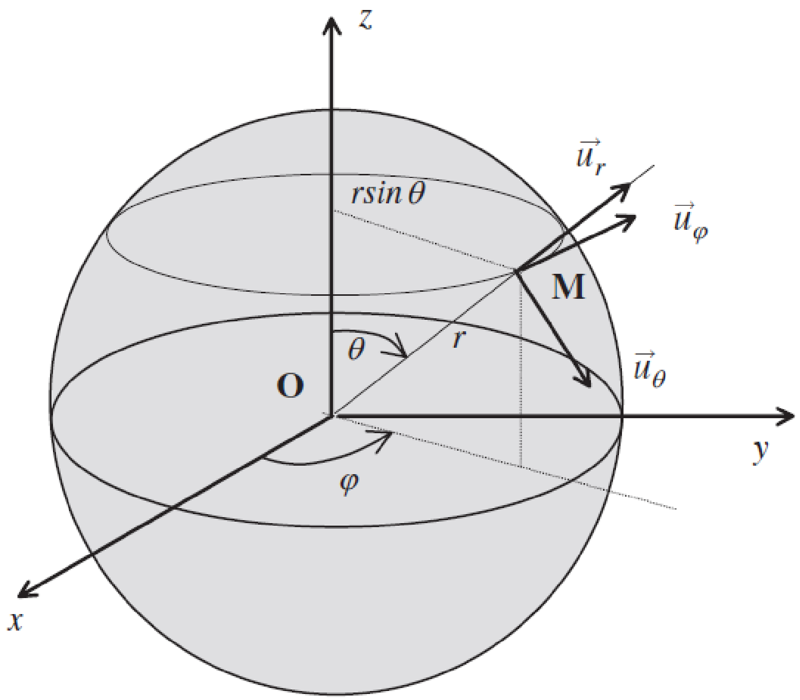


Figure 8 : Système de coordonnées sphériques

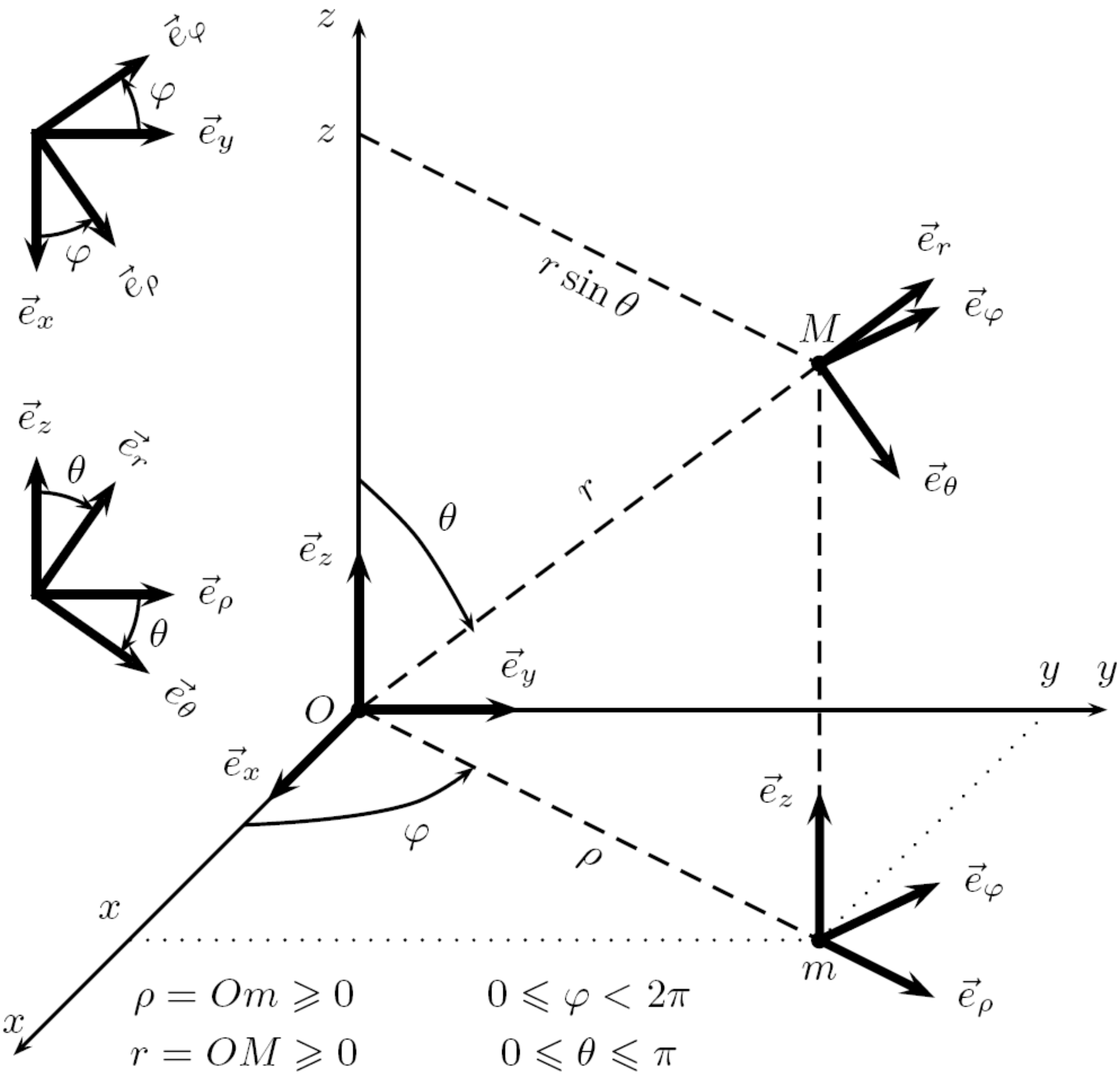
En coordonnées sphérique, on peut exprimer la définition de la position d'un vecteur position sur la base orthonormée $\left(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\varphi}\right)$ avec $\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u_r}$. Ainsi, on voit que $OM = r$

On définit les vecteur de la base directe $\left(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\varphi}\right)$ du repère sphérique par :

- $\overrightarrow{u_r}$ le vecteur unitaire suivant $\overrightarrow{OM}$ soit $\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u_r}$
- $\overrightarrow{u_\theta}$ le vecteur orthogonal en M à $\overrightarrow{u_r}$ dans le plan (zOM)
- $\overrightarrow{u_\varphi}$ le vecteur orthogonal en M au plan (zOM)

Fiche récapitulative :

Systèmes de coordonnées orthogonaux



$$\rho = Om \geqslant 0 \qquad 0 \leqslant \varphi < 2\pi$$
$$r = OM \geqslant 0 \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \pi$$

$$\vec{e}_\rho = \vec{e}_x \cos\varphi + \vec{e}_y \sin\varphi,\ \vec{e}_\varphi = -\vec{e}_x \sin\varphi + \vec{e}_y \cos\varphi$$
$$\vec{e}_r = \vec{e}_z \cos\theta + \vec{e}_\rho \sin\theta,\ \vec{e}_\theta = -\vec{e}_z \sin\theta + \vec{e}_\rho \cos\theta$$
$$x = \rho\cos\varphi,\ y = \rho\sin\varphi,\ z = r\cos\theta,\ \rho = r\sin\theta$$

$$\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\vec{e}_x + \mathrm{d}y\vec{e}_y + \mathrm{d}z\vec{e}_z \ ;\ \mathrm{d}\tau = \mathrm{d}x \times \mathrm{d}y \times \mathrm{d}z$$
$$\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}\rho\vec{e}_\rho + \rho\mathrm{d}\varphi\vec{e}_\varphi + \mathrm{d}z\vec{e}_z \ ;\ \mathrm{d}\tau = \rho\,\mathrm{d}\rho \times \mathrm{d}\varphi \times \mathrm{d}z$$
$$\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}r\vec{e}_r + r\mathrm{d}\theta\vec{e}_\theta + r\sin\theta\mathrm{d}\varphi\vec{e}_\varphi \ ;\ \mathrm{d}\tau = r^2\,\mathrm{d}r \times \sin\theta\,\mathrm{d}\theta \times \mathrm{d}\varphi$$

II. Notion de référentiel

1. Nécessité de l'introduction d'un référentiel dans l'étude du mouvement d'un point matériel

L'étude du mouvement, appelée **cinématique** implique nécessairement la présence simultanée du point et d'un observateur qui analyse le mouvement de ce point. L'observateur est le pilier de l'étude du mouvement car selon sa position par rapport à l'objet en mouvement ses conclusions quant à la nature du mouvement seront très variables. Ainsi, dans un TGV qui se déplace à vitesse constante, un passager qui lâche verticalement une bille conclut que la bille a un mouvement rectiligne (avec une trajectoire rectiligne c'est-à-dire selon une droite verticale). La personne qui est sur le quai et qui observe la même scène conclut que le mouvement n'est pas rectiligne, car la trajectoire observée correspond en fait à un arc de parabole… et pourtant il s'agit bien de la même bille. Un mouvement est donc toujours lié à un observateur. On dit qu'il est **relatif**.

Rappel : définition de la trajectoire d'un point

C'est la courbe constituée de l'ensemble des positions successives d'un point au cours du temps.

Exemples : trajectoire rectiligne (droite), trajectoire circulaire, parabolique,etc..

Le mouvement d'un objet ne pourra se faire que par rapport à une référence. Il est donc nécessaire de définir ce que l'on appelle un **référentiel** ou **solide de référence** dans lequel l'observateur est fixe. On entend par solide de référence un ensemble de points tous fixes les uns par rapport aux autres. Par exemple, dans le cas cité plus haut, on peut choisir le TGV comme référentiel, l'observateur étant assis à l'intérieur, ou bien le référentiel terrestre (constitué par tout ce qui est fixe par rapport à la Terre) pour la personne restée sur le quai.
Un mouvement est relatif à un référentiel choisi. Ainsi un observateur situé au sommet d'une montagne conclut que le pilote d'un avion se déplace très vite. L'observateur situé sur l'aile conclut de façon très différente que le pilote est bien installé au repos.

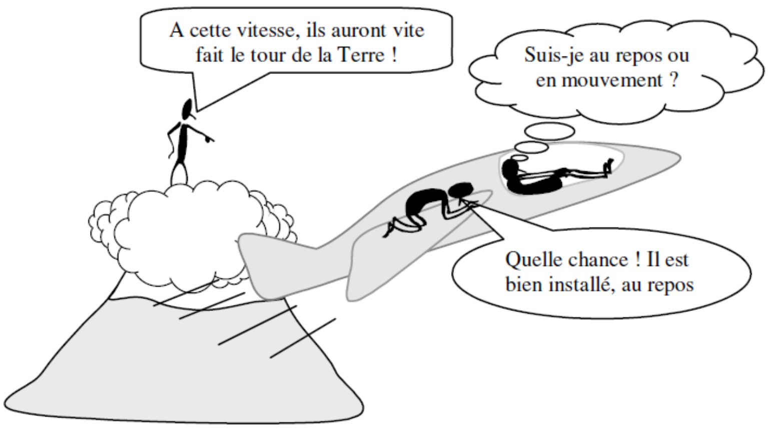


Figure 9 : Deux situations pour observer le mouvement . relativité du mouvement

Le mouvement d'un point est toujours relatif à un référentiel.

Pour caractériser le mouvement de l'objet, l'observateur a ensuite besoin de se repérer dans l'espace 3D qui l'environne. Il lui faut pour déterminer la nature du mouvement connaître la position du point au cours du temps, c'est-à-dire pouvoir répondre aux questions suivantes :

Où se trouve le point ?
Quand est-il passé à cette position ?

Un observateur doit se repérer dans l'espace et dans le temps pour répondre aux deux questions précédentes.

Pour pouvoir répondre à la question *où ?*, il se choisit un **repère d'espace**. Le repère d'espace est défini par une **origine** *O* qui est fixe dans le référentiel et des **axes de référence** (*x, y, z*) qui permettent à l'observateur de juger dans quelle direction se trouve l'objet. Ces axes sont eux-mêmes liés au référentiel. En toute logique, l'origine *O* du repère doit être placée sur l'observateur. Aussi dans le cas de la figure 1.1, le référentiel est le référentiel montagne avec une origine *O* prise sur l'observateur qui s'y trouve. Cet observateur choisit ses axes *x, y, z* comme il l'entend afin de repérer la position d'un point de l'avion. Pour un référentiel donné, il existe autant de repères d'espace que de choix d'origine et d'axes possibles, c'est-à-dire une infinité. Par contre, à un repère d'espace donné ne correspond qu'un seul référentiel constitué par tout ce qui est fixe par rapport à ce repère.

Pour pouvoir répondre à la question *quand ?*, il faut ajouter un repère de temps, c'est-à-dire une grandeur qui est la variable de temps. Cette variable est continue et croissante, ce qui traduit l'irréversibilité du temps. Elle est mesurée au moyen d'une horloge ou chronomètre à partir d'une origine des temps fixée par l'observateur et d'une durée unitaire fixant une **chronologie**.
À chaque **instant**, on associe un nombre réel appelé **date** qui correspond à la durée écoulée depuis l'instant origine.

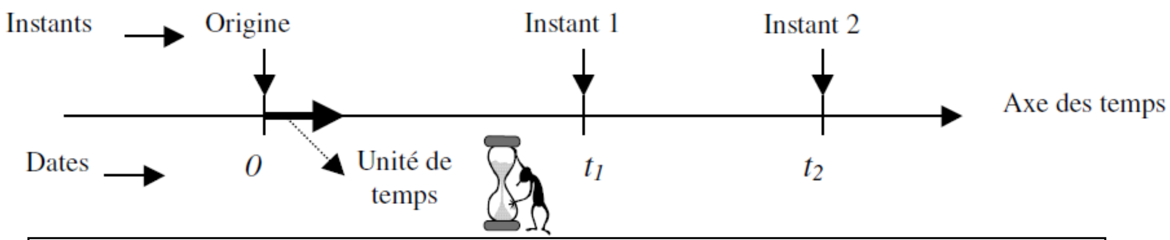


Figure 10 : repérage du temps . Le sablier joue le rôle d'une horloge

2. Référentiel : définition

Un référentiel est un observateur, réel ou fictif, muni d'un repère et d'une horloge.

On définit toujours au préalable dans un problème de physique le référentiel dans lequel le problème est étudié.

Dynamique newtonienne

En Dynamique newtonienne, on effectue l'hypothèse du temps universel ; quelque soit le référentiel d'étude les horloges mesure le temps de la même façon : **on parle alors de temps absolu.**

3. L'hypothèse du temps universel remis en cause

En mécanique classique ou newtonienne, on a vu que l'on postule que le repère de temps est le même pour tous les référentiels et que le temps s'écoule de la même manière dans des référentiels en mouvement les uns par rapport aux autres.
Ce principe d'universalité du temps n'est plus applicable dans le cadre de la mécanique relativiste. Notons que la mécanique relativiste établit par Einstein. En effet, on peut montrer sur des exemples simples que le postulat de relativité générale qui impose la constance de la vitesse de la lumière c dans tous les référentiels galiléens (voir signification de ce terme dans la suite du cours) entre en contradiction avec l'hypothèse du temps universel.

La mécanique classique newtonienne est utilisée dès que la vitesse *v* d'un objet est très faible devant la célérité *c* de la lumière dans le vide.

On rappelle que c = $3{,}00\ 10^8$ $m.s^{-1}$.

Dans la vie courante, on s'aperçoit que très souvent $v \ll c$.

4. Quelques référentiels

Un référentiel peut être caractérisé par son nom. Par exemple, il est très fréquent d'utiliser pour des observations faites à la surface de la Terre le référentiel terrestre. Il est clair alors que l'étude se fera par rapport à la Terre ou par rapport à tout ce qui est fixe sur Terre.

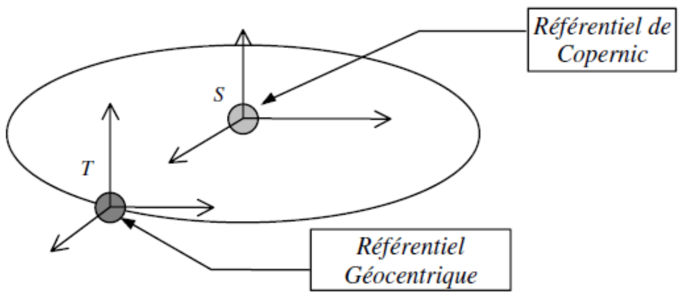


Figure 11 : référentiels géocentrique et de Copernic .

On distingue plus particulièrement les référentiels de Copernic (figure 1.3), géocentrique (figure 1.3) et terrestre définis par :

• Le référentiel de Copernic
– origine : centre de masse du Système Solaire (voisin du centre d'inertie du Soleil)
– axes dirigés vers les étoiles situées dans des directions fixes par rapport au Soleil
– propriété : supposé galiléen.

• Le référentiel géocentrique
– origine : centre de la Terre ;
– axes dirigés parallèlement à ceux du référentiel de Copernic.

• Le référentiel terrestre (qui est aussi référentiel du Laboratoire)
– origine : point de la surface de la Terre ;
– axes fixes par rapport à la Terre.
– supposé galiléen à l'échelle de temps correspondant aux expériences de physique en laboratoire.

5. La mesure du temps

La mesure du temps s'effectue avec une horloge. L'unité de base de définition du temps dans le système d'unité international est la seconde (symbole s). La seconde est définie à partir d'étalons fondamentaux.

L'étalon fondamental est actuellement défini à l'aide de la fréquence de transition ν entre deux niveaux d'énergie électroniques hyperfin du Césium 133.
On utilise la période correspondante $T = 1/\nu$ pour calibrer la définition de la seconde sur cette transition. La seconde correspond à environ 9 192 631 770 périodes de la transition considérée. Cette transition est mesurée par des dispositifs de très grande précision appelée horloge atomiques.

La précision relative de ces instruments pour mesurer cette transition dite d'horloge est actuellement de l'ordre de 10^{-19} (!!!) ce qui reviendrait à se tromper de quelques secondes sur l'âge de l'Univers.

6. Définition d'une unité de longueur à partir de la définition d'une unité de temps.

On prend comme étalon la vitesse de la lumière dans le vide qui est une constante en physique.
Un mètre correspond alors à la distance parcourue par la lumière ou plus généralement une onde électromagnétique dans le vide pendant 1/ 299 792458 seconde.
Cette définition autorise le repérage sur Terre par des dispositifs RADAR et GPS.

III. Grandeurs cinématiques

1. Trajectoire

La trajectoire correspond à l'ensemble des positions successives occupées par le point M en fonction du temps, d'un mobile supposé ponctuel. Généralement, une trajectoire décrit une courbe curviligne dans l'espace.

Exemples de trajectoires :
- **Trajectoires rectilignes**
- **Trajectoires circulaires**
- **Trajectoires paraboliques**
- **Cycloïde**

2. Vecteur position

Le vecteur position d'un poinr M dans l'espace ou le plan est défini relativement à une origine du repère. Il est par noté $\overrightarrow{OM}$. Si le point M se déplace dans le temps, le vecteur position est une grandeur qui évolue dans le temps. On le note $\overrightarrow{OM}(t)$.

Très souvent, on a intérêt à adopter un système de coordonnées adapté pour projeter le vecteur position sur une base. On peut alors définir le vecteur position par la donnée simultanée, à un instant t, des composantes de ce vecteur.

Coordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\overrightarrow{u_x} + y(t)\,\overrightarrow{u_y} + z(t)\,\overrightarrow{u_z}$

Coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{OM}(t) = \rho(t)\,\overrightarrow{u_\rho} + z(t)\,\overrightarrow{u_z}$

Coordonnées sphériques : $\overrightarrow{OM}(t) = r(t)\,\overrightarrow{u_r}$

La trajectoire correspond alors à une courbe paramétrique $\overrightarrow{OM} = \left| \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right.$

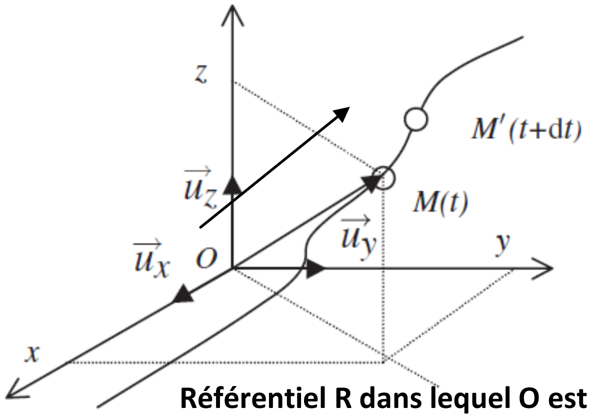
Exemple :
La rotation uniforme de vitesse angulaire ω et de rayon R dans le plan xOy est paramétré par

$$\overrightarrow{OM} = \left| \begin{array}{l} x = R\cos(\omega t) \\ y = R\sin(\omega t) \\ z = 0 \end{array} \right.$$

3. Vecteur vitesse

a) Définition

La définition est relative au référentiel. On choisit pour des raisons pratique de définir le vecteur vitesse relativement à une origine O fixe dans un référentiel donné R.



Référentiel R dans lequel O est fixe

Figure 12 : Mouvement d'un point M au cours du temps .

Soient $M = M(t)$ et $M' = M(t+dt)$ deux point infiniment voisin correspondant à la position successive qu'occupe le point M au cours des instant successifs respectifs t et $t+dt$, on défini le vecteur vitesse entre M et M' par : $\vec{v} = \dfrac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \dfrac{\overrightarrow{OM'}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}$.

Dans l'hypothèse du calcul, l'intervalle de durée dt est un infiniment petit. Une définition mathématique plus correcte consiste alors à prendre la limite de cette expression lorsque $\Delta t = dt \rightarrow 0$.

On définit alors la vitesse instantanée dans le référentiel R par :

$$\vec{v}(M/R) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM'}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}.$$

Le vecteur vitesse correspond à la dérivée première dans le référentiel d'étude du vecteur position soit :

$$\vec{v}(M/R) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R$$

La norme du vecteur vitesse ou vitesse $\left\|\vec{v}(M/R)\right\| = v$ **s'exprime dans les unité légales du système international en** $m.s^{-1}$

On voit sur ces expressions que la dérivée doit être vu comme la limite d'un taux d'accroissement (cf. maths).

Dans la figure 11, on voit que très rapidement lorsque $\Delta t = dt \rightarrow 0$, $\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MM'}$ qui constitue la corde se confond avec la tangente à la courbe trajectoire.
Le vecteur vitesse est donc porté par la droite tangente à la courbe trajectoire.

b) Loi de composition des vitesses

Lors d'un changement de référentiel, lorsque l'on part d'un référentiel R' et que l'on souhaite étudier le mouvement dans un autre référentiel R', il peut être utile de regarder de près une loi cinématique appelée loi de composition des mouvements.

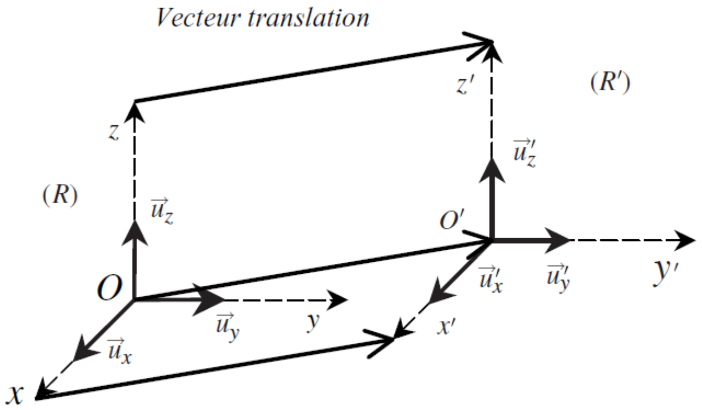


Figure 13 : Translation d'un référentiel R' dans un référentiel R de départ
On peut généraliser le problème à tout type de mouvement, en particulier lorsque les axes de R' sont aussi en rotation dans R
N. B. $\vec{i} = \overrightarrow{u_x}$; $\vec{j} = \overrightarrow{u_y}$; $\vec{k} = \overrightarrow{u_z}$

Composition des mouvements – relation de Chasles

On peut décrire le vecteur position dans les deux référentiels :

- Dans R', il est donné par le vecteur $\overrightarrow{O'M}$
- Dans R, il est donné par le vecteur $\overrightarrow{OM}$

La loi de composition pour les mouvements est la simple conséquence de l'application de la relation de Chasle. En effet, on peut toujours écrire : $\boxed{\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}}$.
Le vecteur $\overrightarrow{OO'}$ décrit l'évolution de la position dans le référentiel R du point origine du repère attaché à R' .

Loi de composition des vitesses

Il suffit de dériver la relation $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$ par rapport au temps.
Attention cependant, car la dérivation doit se faire vis-à-vis d'un référentiel.
En effet, les vecteur de base de R' ne sont plus dès lors fixe dans R.
Un théorème mathématique, admis à ce niveau, permet de procéder à cette dérivation lors du changement de référentiel et ce pour un vecteur quelconque $\vec{V}$:

Formule de dérivation d'un vecteur par changement de référentiel :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R'} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{V}$$

On dérive donc :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{O'M}\right)\right)_R$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right)_R + \left(\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_R$$

On voit que par définition $\vec{v}(O'/R)=\left(\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right)_R$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \vec{v}(O'/R)+\left(\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{R'} + \vec{\Omega}_{R'/R}\wedge\overrightarrow{O'M}$$

On identifie la définition du vecteur vitesse dans le référenrtiel R $\vec{v}(M/R)=\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R$ et dans le référentiel R' $\vec{v}(M/R')=\left(\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{R'}$.

On voit alors que : $\vec{v}(M/R)=\vec{v}(M/R')+\vec{v}(O'/R)+\vec{\Omega}_{R'/R}\wedge\overrightarrow{O'M}$

On introduit la vitesse d'entrainement $\vec{v}_e(R'/R)=\vec{v}(O'/R)+\vec{\Omega}_{R'/R}\wedge\overrightarrow{O'M}$.

Cette vitesse peut être interprétée comme la vitesse du point coïncident P.
Le point coïncident P est le point qui est situé à l'instant t à la même position que le point M mais dont le mouvement est bloqué dans le référentiel R.

Loi de composition des vitesses :

$\vec{v}(M/R)=\vec{v}(M/R')+\vec{v}_e(R'/R)$ **avec** $\vec{v}_e(R'/R)=\vec{v}(O'/R)+\vec{\Omega}_{R'/R}\wedge\overrightarrow{O'M}$

c) Coordonnées cartésiennes

Dans le Référentiel R , O est fixe ainsi que les vecteur de base. La dérivée par rapport au temps dans R des vecteurs de base $\left(\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_y},\overrightarrow{u_z}\right)$ est donc nulle.

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_x}}{dt}\right)_R=\vec{0} \qquad \left(\frac{d\overrightarrow{u_y}}{dt}\right)_R=\vec{0} \qquad \left(\frac{d\overrightarrow{u_z}}{dt}\right)_R=\vec{0}$$

De plus, on a exprimé le vecteur position : $\overrightarrow{OM}(t)=x(t)\,\overrightarrow{u_x}+y(t)\,\overrightarrow{u_y}+z(t)\,\overrightarrow{u_z}$.

Le vecteur vitesse est donc :

$$\vec{v}=\vec{v}(M/R)=\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R=\frac{d}{dt}\left(x(t)\,\overrightarrow{u_x}+y(t)\,\overrightarrow{u_y}+z(t)\,\overrightarrow{u_z}\right)$$

$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\overrightarrow{u_x}+\frac{dy}{dt}\overrightarrow{u_y}+\frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}+x(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_x}}{dt}\right)_R+y(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_y}}{dt}\right)_R+z(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_z}}{dt}\right)_R$$

$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\overrightarrow{u_x}+\frac{dy}{dt}\overrightarrow{u_y}+\frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$$

Notations de la dérivée temporelle en mécanique :
Les composante du vecteur vitesse sont les dérivée temporelle des composantes du vecteur position

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} \qquad \dot{y}(t) = \frac{dy}{dt} \qquad \dot{z}(t) = \frac{dz}{dt}$$

A retenir en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\overrightarrow{u_x} + \frac{dy}{dt}\overrightarrow{u_y} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \dot{z}\,\overrightarrow{u_z}$$

d) Coordonnées cylindriques

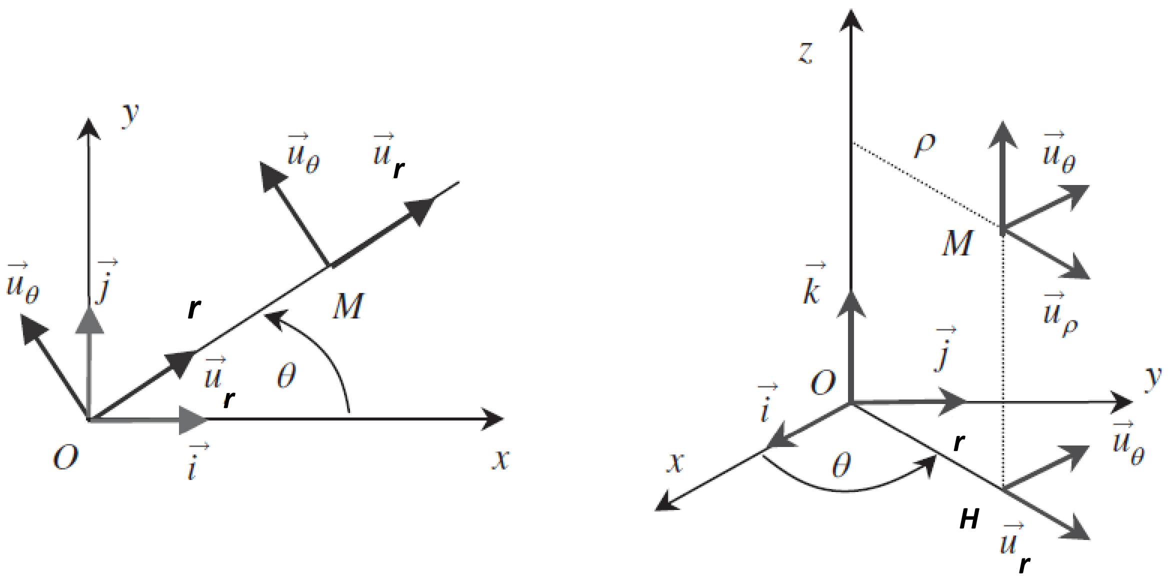


Figure 14 : Système de coordonnées polaires dans le plan (à gauche) et cylindrique dans l'espace (à droite)
N. B. $\vec{i} = \overrightarrow{u_x}$; $\vec{j} = \overrightarrow{u_y}$; $\vec{k} = \overrightarrow{u_z}$

On voit que $\overrightarrow{u_r} = \cos\theta\,\overrightarrow{u_x} + \sin\theta\,\overrightarrow{u_y}$ et $\overrightarrow{u_\theta} = -\sin\theta\,\overrightarrow{u_x} + \cos\theta\,\overrightarrow{u_y}$.

Lorsque que le point M est mobile, les paramètres (r,θ,z) sont des fonctions du temps. Par conséquent, la base locale constituée des vecteur $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$ est mobile au cours du temps.

On a exprimé le vecteur position : $\overrightarrow{OM}(t) = r(t)\,\overrightarrow{u_r} + z(t)\,\overrightarrow{u_z}$.

Suivant la définition du vecteur vitesse, on écrit :

$$\vec{v} = \vec{v}(M/R) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \frac{d}{dt}\left(r(t)\,\overrightarrow{u_r} + z(t)\,\overrightarrow{u_z}\right)$$

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{u_r} + r(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$$

Il reste donc à calculer la dérivée temporelle $\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R$.

On peut s'aider de la décomposition : $\overrightarrow{u_r} = \cos[\theta(t)]\overrightarrow{u_x} + \sin[\theta(t)]\overrightarrow{u_y}$.

On dérive le vecteur radial :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R = \frac{d\theta}{dt}\{-\sin[\theta(t)]\}\overrightarrow{u_x} + \frac{d\theta}{dt}\cos[\theta(t)]\overrightarrow{u_y} =$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R = \frac{d\theta}{dt}\left(-\sin\theta\,\overrightarrow{u_x} + \cos\theta\,\overrightarrow{u_y}\right)$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R = \dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$$

Expression du vecteur vitesse en coordonnée cartésienne
On obtient alors l'expression du vecteur vitesse en coordonnée cartésiennes :

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{u_r} + r(t)\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$$

L'utilisation des coordonnées cylindriques (ou polaires) est appréciable dès que le mouvement du point *M* est curviligne (circulaire ou elliptique).
Le vecteur vitesse que nous avons calculé et exprimé dans la base polaire représente le vecteur vitesse du point par rapport au référentiel *R*. Il s'agit bien du même vecteur que l'on exprime dans la base cartésienne par : $\vec{v} = \dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r(t)\dot{\theta}(t)\,\overrightarrow{u_\theta} + z(t)\,\overrightarrow{u_z} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \dot{z}\,\overrightarrow{u_z}$

Remarque :

On voit de même que si on dérive le vecteur ortho radial :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt}\right)_R = \frac{d}{dt}\left(-\sin\theta\,\overrightarrow{u_x} + \cos\theta\,\overrightarrow{u_y}\right)$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt}\right)_R = \frac{d\theta}{dt}\{-\cos[\theta(t)]\}\overrightarrow{u_x} + \frac{d\theta}{dt}\{-\sin[\theta(t)]\}\overrightarrow{u_y}$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R = \frac{d\theta}{dt}\left(-\cos\theta\,\overrightarrow{u_x} - \sin\theta\,\overrightarrow{u_y}\right)$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_r}$$

Nous nous servirons de cette expression pour calculer le vecteur accélération ultérieurement.

4. Vecteur accélération

a) Définition

On définit alors le vecteur accélération instantané dans le référentiel R par :

$$\vec{a}(M/R) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R .$$

Le vecteur accélération correspond à la dérivée première dans le référentiel d'étude du vecteur vitesse ou à la dérivée seconde du vecteur position.

$$\vec{a}(M/R)=\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R=\left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_R$$

La norme du vecteur accélération ou accélération $\left\|\vec{a}(M/R)\right\|=a$ s'exprime dans les unité légales du système international en m.s^{-2}

b) Coordonnées cartésiennes

Le vecteur vitesse est en coordonnées cartésienne est donné par $\vec{v}=\frac{dx}{dt}\overrightarrow{u_x}+\frac{dy}{dt}\overrightarrow{u_y}+\frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$

$$\vec{a}=\vec{a}(M/R)=\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R=\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\overrightarrow{u_x}+\frac{dy}{dt}\overrightarrow{u_y}+\frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}\right)$$

$$\vec{a}=\frac{d^2x}{dt^2}\overrightarrow{u_x}+\frac{d^2y}{dt^2}\overrightarrow{u_y}+\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z}+x(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_x}}{dt}\right)_R+y(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_y}}{dt}\right)_R+z(t)\left(\frac{d\overrightarrow{u_z}}{dt}\right)_R$$

La base cartésienne étant fixe, on trouve alors que :

$$\vec{a}=\frac{d^2x}{dt^2}\overrightarrow{u_x}+\frac{d^2y}{dt^2}\overrightarrow{u_y}+\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z}$$

Notations de la dérivée temporelle en mécanique :
Les composante du vecteur vitesse sont les dérivée temporelle des composantes du vecteur position

$$\ddot{x}(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)=\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \ddot{y}(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right)=\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\ddot{z}(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dz}{dt}\right)=\frac{d^2z}{dt^2}$$

A retenir en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a}=\frac{d^2x}{dt^2}\overrightarrow{u_x}+\frac{d^2y}{dt^2}\overrightarrow{u_y}+\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z}=\ddot{x}\overrightarrow{u_x}+\ddot{y}\overrightarrow{u_y}+\ddot{z}\overrightarrow{u_z}$$

c) Coordonnées cylindriques

Le vecteur vitesse est en coordonnées cylindrique est donné par $\vec{v}=\frac{dr}{dt}\overrightarrow{u_r}+r(t)\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}+\frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$ soit

$$\vec{a}=\vec{a}(M/R)=\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R=\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\overrightarrow{u_r}+r(t)\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}+\frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}\right)$$

$$\vec{a}=\frac{d^2r}{dt^2}\overrightarrow{u_r}+\frac{dr}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}\right)_R+\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\overrightarrow{u_\theta}+r\frac{d\theta}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt}\right)_R+\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z}$$

$$\vec{a}=\frac{d^2r}{dt^2}\overrightarrow{u_r}+\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}+\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\overrightarrow{u_\theta}+r\frac{d\theta}{dt}\left(-\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}\right)+\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z}$$

$$\vec{a}=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\overrightarrow{u_r}+\left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\overrightarrow{u_\theta}+\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z}$$

A retenir : accélération en coordonnées cylindro-polaire :

$$\vec{a}=\left[\ddot{r}-r\dot{\theta}^2\right]\overrightarrow{u_r}+\left[2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta}\right]\overrightarrow{u_\theta}+\ddot{z}\,\overrightarrow{u_z}$$

Interprétation vitesse et accélération angulaire

$\frac{d\theta}{dt}=\dot{\theta}$ **est la dérivée première d'un angle, c'est donc une vitesse angulaire ou vitesse de rotation. De même,** $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ **dérivée seconde d'un angle , c'est donc une accélération angulaire.**

IV. Principe d'inertie

1. Principe d'inertie

La mécanique, comme de nombreuses branches de la physique, prend ses fondements dans des principes ou des postulats que l'on ne démontre pas. Vérifiés expérimentalement, ils restent valables tant qu'il n'existe pas d'expériences les mettant en défaut. Parmi ceux-ci nous trouvons le **principe d'inertie** qui est à la base de l'étude du mouvement des systèmes matériels. Ce principe, déjà entrevu par Galilée, a été repris par Newton et constitue ce que l'on appelle la première loi de Newton.

Le principe d'inertie repose sur l'hypothèse de l'existence d'un référentiel dit **galiléen**. Ce type de référentiel fait partie d'une classe de référentiels dont l'archétype est en première approximation le référentiel de Copernic. Tout autre référentiel appartenant à cette classe doit être en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel de Copernic.

Le principe d'inertie ou 1$^{\text{ère}}$ loi de Newton stipule que :

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie de tout point matériel mécaniquement isolé ou pseudo isolé est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

2. Existence de référentiels privilégiés en mécanique - conséquence

Nous avons déjà vu que la notion de mouvement ou de repos dépendait du choix du référentiel. Le principe d'inertie ne s'applique donc que dans certains référentiels dit galiléens.

On appelle référentiel galiléen, un référentiel dans lequel le principe d'inertie s'applique.

3. Centre de masse, centre d'inertie ou barycentre

Définition :

Soient M_i un ensemble de points matériels affectés d'une masse individuelle m_i

On appelle G le centre de masse, le point vérifiant la relation : $\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i = \vec{0}$

Position du centre de masse :

On applique la relation de Chasles à la relation de définition du centre de masse $\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i = \vec{0}$ en introduisant l'origine d'un repère noté O :

$$\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i = \sum_i m_i \left(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM}_i\right) = \vec{0}$$

$$\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i = \sum_i m_i \overrightarrow{GO} + \sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i = \vec{0}$$

$$\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i = \left(\sum_i m_i\right) \overrightarrow{GO} + \sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i = \vec{0}$$

On en déduit en définissant la masse totale du système $m = \sum_i m_i$ que :

$$\sum_i m_i \overrightarrow{GM}_i = m\overrightarrow{GO} + \sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i = \vec{0}$$

Ainsi, on obtient le vecteur position du centre de masse G par :

$$\overrightarrow{OG} = -\overrightarrow{GO} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i}{\left(\sum_i m_i\right)} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i}{m}$$

4. Conséquences

Si on connaît un référentiel galiléen, on peut en connaître une infinité se déduisant du premier par une translation rectiligne uniforme. En effet, soit un référentiel *R* galiléen et un autre *R'* en mouvement par rapport à *R*; cherchons à déterminer les conditions qu'il faut imposer à *R'* pour que, si le principe d'inertie est vérifié dans *R,* il le soit aussi dans *R'*.

Si le principe d'inertie est vérifié dans *R,* alors on sait que : $\vec{v}(G/R) = Cte$

D'après les lois de composition des vitesses, on peut écrire :

$\vec{v}(G/R) = \vec{v}(G/R') + \vec{v_e}(R'/R)$

Si dans *R* on a : $\vec{v}(G/R) = Cte$ et si on veut que R' soit galiléen alors ont doit avoir en même temps $\vec{v}(G/R') = Cte$

Cela signifie que $\vec{v}(G/R) - \vec{v}(G/R') = \vec{v_e}(R'/R) = Cte$

Nous voyons donc que si R est galiléen *R'* doit être en translation rectiligne et uniforme pour qu'il soit lui aussi à son tour Galiléen.

Tout référentiel en translation rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen est aussi un référentiel galiléen.

5. Exemples de systèmes mécaniques se ramenant à l'étude d'un point matériel

Il importe de remarquer que d'après ce principe, si un système est mécaniquement isolé, c'est-à-dire si ce système ne subit aucune action ou des actions compensées (système pseudo isolé), alors le mouvement du point particulier qu'est son centre d'inertie *G* est rectiligne uniforme. Il en résulte qu'un système peut donc être en mouvement même s'il ne subit aucune action. Il peut tout aussi bien être au repos. Le principe stipule cependant que, si le système mécaniquement isolé dans le référentiel galiléen est en mouvement, alors le mouvement de son centre d'inertie est nécessairement rectiligne uniforme. Nous insistons sur le fait que le principe d'inertie ne régit que le mouvement du centre d'inertie, à l'exclusion de tout autre point. Ainsi un hockeyeur qui frappe sur le palet peut imprimer à celui-ci un mouvement de rotation. Si le palet glisse sur la glace sans frottement, le centre d'inertie décrira une trajectoire rectiligne alors que tous les autres points du palet décriront des trajectoires plus compliquées appelées cycloïdes (figure).

Si on peut négliger les effets inertiels induit par la rotation du palet sur lui-même, on peut dès lors se ramener à un problème similaire à celui traité en mécanique du point, le mouvement étant celui de G le centre de masse.

De même, tout objet solide dont les degrés de liberté de rotation sont bloqués ne comporte alors que 3 degré de translation. Ces 3 degrés de liberté correspondent alors aux degré de liberte de translation du centre de masse dans les trois directions indépendantes d'un système de coordonnées cartésien.

Exemples :

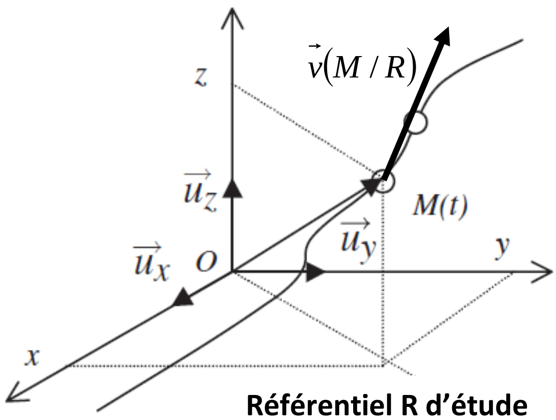
- Ballon ne tournant pas sur lui-même (même si c'est difficile à réaliser dans la pratique)
- Glissement d'une caisse sur un plan incliné

- Cycliste en accélération ou décélération sur une route dans la mesure où l’on peut négliger l’inertie des roue et des membres inférieur en rotation.

De façon générale, tout système mécanique indéformable, en translation pure id. sans rotation autour de système d’axe, dans un référentiel donné le plus souvent pris comme galiléen se ramène à l’étude du mouvement de son centre de masse G pris comme un point matériel affecté de toute la masse du système.

V. Grandeurs cinétiques : quantité de mouvement et énergie cinétique en mécanique du point

1. Quantité de mouvement



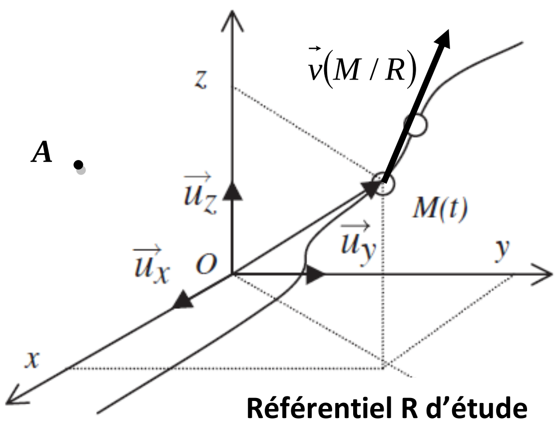
Référentiel R d'étude

Figure 15 : Position du problème dans un référentiel R d'étude
N. B. $\vec{i} = \vec{u}_x$; $\vec{j} = \vec{u}_y$; $\vec{k} = \vec{u}_z$

On définit la quantité de mouvement d'un point matériel de masse m animée d'un vecteur vitesse dans un référentiel R par l'expression : $\vec{p}(M/R) = m\vec{v}(M/R)$ ou plus succinctement $\vec{p} = m\vec{v}$.

Remarque : pour un ensemble de points matériel M_i de masse m_i, il faut additionner les différentes contributions. On définit alors la quantité de mouvement globale du système ou résultante cinétique : $\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v_i}$

2. Moment cinétique



Référentiel R d'étude

Figure 16 : Position du moment cinétique relativement à un point A dans un référentiel R d'étude
N. B. $\vec{i} = \vec{u}_x$; $\vec{j} = \vec{u}_y$; $\vec{k} = \vec{u}_z$

On définit le moment cinétique d'un point matériel de masse m animée d'un vecteur vitesse dans un référentiel R par l'expression : $\vec{L}(A/R) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{p}(M/R) = \overrightarrow{AM} \wedge m\vec{v}(M/R)$ ou plus succinctement $\vec{L}(A/R) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{p} = \overrightarrow{AM} \wedge m\vec{v}$.

Remarque : pour un ensemble de points matériel M_i de masse m_i, il faut additionner les différentes contributions. On définit alors le moment cinétique global du système: $\vec{L}(A/R) = \sum_i \overrightarrow{AM}_i \wedge m_i \vec{v_i}$

3. Energie cinétique

Pour un point matériel de masse *m* se déplaçant avec un vecteur vitesse $\vec{v}(M/R)$ dans un référentiel *R*, nous poserons que l'énergie cinétique de ce point est $E_{c/R} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 (M/R)$.

Plus succinctement, on écrira : $E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$.

Une énergie s'exprime en Joules (J).

Remarque : pour un ensemble de points matériel M_i de masse m_i, il faut additionner les différentes contributions à l'énergie cinétique . On définit alors l'énergie cinétique totale du système:

$$E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^{\,2}$$

Remarque très importante : Les grandeurs cinétiques comme la quantité de mouvement, le moment cinétique ou l'énergie cinétique sont toujours définit relativement à un observateur ou plus exactement un référentiel.