

Energétique des systèmes mécaniques non conservatifs

I. Grandeurs énergétiques d'un système mécanique

1. Energie cinétique

Pour un point matériel de masse m se déplaçant avec un vecteur vitesse $\vec{v}(M/R)$ dans un référentiel R , nous poserons que l'énergie cinétique de ce point est $E_{c/R} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2(M/R)$.

Plus succinctement, on écrira : $E_c = \frac{1}{2} m v^2$.

Une énergie s'exprime en Joules (J).

Remarque : pour un ensemble de points matériel M_i de masse m_i , il faut additionner les différentes contributions à l'énergie cinétique. On définit alors l'énergie cinétique totale du système:

$$E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

L'énergie cinétique sont toujours définit relativement à un observateur ou plus exactement un référentiel.

2. Energie potentielle d'un système conservatif (forces conservatives)

La modélisation des interactions conservatives peut être aussi modélisée par une énergie potentielle notée E_p associée à sa force \vec{F}_C , dite conservative. On dit alors que les forces conservatives dérivent d'une énergie potentielle.

Une force est dite conservative si et seulement si on peut trouver une fonction énergie potentielle

permettant d'exprimer la puissance d'une force conservative avec : $P_C = -\frac{dE_p}{dt}$.

On rappelle à ce sujet que la puissance d'une force est donnée par $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

On peut aussi exprimer le lien explicite entre la force et l'énergie potentielle dont – elle dérive à l'aide de l'opérateur « vecteur gradient ». Une force est conservative si et seulement si $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p)$.

Cette formule trouve une application simple dans le cas des mouvements unidimensionnels. Si l'énergie potentielle ne dépend que d'une coordonnées, par exemple l'abscisse x , on a :

$$\vec{F}_C = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p(x)) = -\frac{dE_p}{dx} \vec{u}_x$$

Exemple 1 : Force de pesanteur

On connaît l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp}(z) = mgz + Cte$.

L'axe pertinent suivant lequel s'exerce le poids correspond à la définition de la coordonnée z .

Le vecteur gradient ne se projette donc que suivant z . On voit que le poids s'exprime par :

$$\vec{P} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p(z)) = -\frac{dE_p}{dz} \vec{u}_z = -mg \vec{u}_z$$

Exemple 2 : Force de rappel élastique d'un ressort

On connaît l'énergie potentielle élastique de déformation d'un ressort $E_{p\acute{e}l}(x) = \frac{1}{2}kx^2 + Cte$.

L'axe pertinent suivant lequel s'exerce le poids correspond à la définition de la coordonnée x .

Le vecteur gradient ne se projette donc que suivant z . On voit que le poids s'exprime par :

$$\vec{F}_{R\acute{e}l} = -\vec{\text{grad}}(E_{p\acute{e}l}(x)) = -\frac{dE_p}{dx}\vec{u}_x = -kx\vec{u}_x$$

3. Energie mécanique

a) Définition de l'énergie mécanique

On définit l'énergie mécanique exprimée en Joules (J) comme la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle : $E_m = E_c + E_p$

b) Théorème de la puissance mécanique

On suppose dans la suite que l'on étudie un système mécanique dont le mouvement est assimilable à celui d'un point matériel dans un référentiel R galiléen.

Toutes les forces n'étant pas conservatives, on peut procéder à une décomposition de la puissance des forces en distinguant les forces conservatives des forces non conservatives :

$$P = P_C + P_{NC}$$

Dans cette expression P_C désigne la puissance des forces conservatives et P_{NC} celle des forces non conservatives.

La définition de la puissance d'une force conservative : $P_{NC} = -\frac{dE_p}{dt}$

Par conséquent, on peut donc écrire que : $P = P_C + P_{NC} = -\frac{dE_p}{dt} + P_{NC}$ soit $P + \frac{dE_p}{dt} = P_{NC}$.

Par ailleurs, on a vu que $P = \frac{dE_c}{dt}$. On écrira dès lors que $\frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \frac{d}{dt}(E_c + E_p) = P_{NC}$

On reconnaît dans cette expression l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_p$.

$$\text{Il vient : } \frac{dE_m}{dt} = P_{NC}$$

Théorème de la puissance mécanique

Dans un référentiel galiléen, la dérivée de l'énergie mécanique par rapport au temps est égale à

la puissance des forces non conservatives : $\frac{dE_m}{dt} = P_{NC}$

c) Cas des systèmes conservatifs : conservation de l'énergie mécanique

Si un système mécanique est soumis uniquement à l'influence de forces conservatives, les forces non conservatives ne travaillent pas. La puissance des actions non conservatives est nulle.

D'après le théorème de la puissance mécanique $\frac{dE_m}{dt} = P_{NC} = 0$. On en déduit que la dérivée par

rapport au temps de l'énergie mécanique est nulle : $\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow E_m = Cte$

Un système mécanique est soumis uniquement à l'influence de forces conservatives possède une énergie mécanique qui se conserve lors de son évolution : $E_m = Cte$

II. Portrait de phase

1. Définition

Le portrait de phase est la courbe paramétrique pour laquelle on représente x en abscisse et $v = \dot{x}$ en ordonnée.

On utilise parfois un système de grandeur adimensionnée.

Si x_0 désigne une amplitude spatiale du mouvement caractéristique et v_0 une amplitude caractéristique en vitesse, on peut tracer la courbe paramétrée en abscisse x/x_0 et en ordonnées v/v_0 .

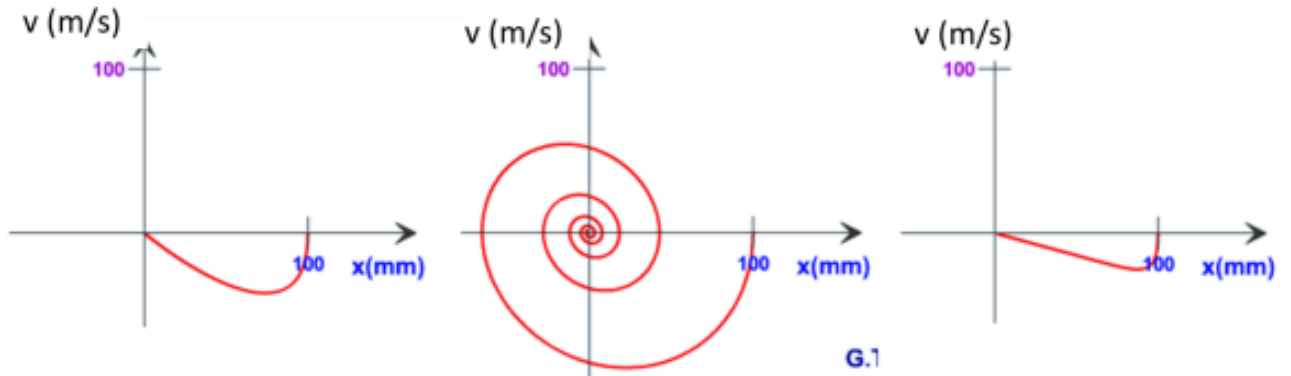


Figure 1 : Exemples de portraits de phase

2. Portrait de phase d'un oscillateur harmonique non amorti

Pour un oscillateur harmonique non amorti, c'est-à-dire sans dissipation le portrait de phase est un cercle.

En effet, sans dissipation le système est conservatif. L'énergie mécanique est exactement celle d'un système masse ressort et s'exprime par : $E_m = E_C + E_{p\grave{e}l}(z) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = Cte$

(N.B. On choisit la constante de l'énergie potentielle égale à $Cte = 0$).

On pose $\omega^2 = \frac{k}{m}$ et donc $E_m = \frac{1}{2}m(v^2 + \omega^2 x^2) = Cte$

Le mouvement oscillant suit une loi horaire du type (cf. cours précédent) au voisinage de la position d'équilibre du système :

$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$ soit $v(t) = \dot{x}(t) = -\omega x_0 \sin(\omega t + \varphi) = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$ en posant $\omega x_0 = v_0$.

On voit que :

$$E_m = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \left(\frac{v^2}{\omega^2 x_0^2} + \frac{x^2}{x_0^2} \right) = Cte \text{ soit } E_m = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \left(\frac{v^2}{v_0^2} + \frac{x^2}{x_0^2} \right) = Cte$$

On en déduit que :
$$\frac{v^2}{v_0^2} + \frac{x^2}{x_0^2} = \frac{2E_m}{m\omega^2 x_0^2}$$

Si on pose $R^2 = \frac{2E_m}{m\omega^2 x_0^2}$, $X = \frac{x}{x_0}$ et $Y = \frac{v}{v_0}$, on voit que : $X^2 + Y^2 = R^2$

C'est l'équation d'un cercle, le portrait de phase d'un oscillateur harmonique adimensionné est un cercle.

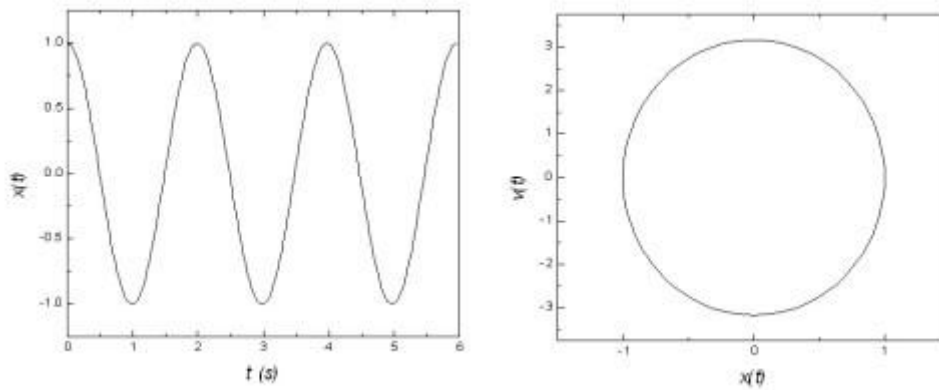


Figure 2 : Portrait de phase d'un oscillateur harmonique non amorti

3. Cas du pendule simple

On peut reprendre l'étude à partir de l'énergie mécanique d'un pendule simple. On a montré que l'intégrale première du mouvement sur l'énergie s'écrit:

$$E_m = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 + mgl(1 - \cos \theta) = Cte$$

On en déduit que :

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2E_m}{ml^2} - \frac{2g}{l}(1 - \cos \theta) \quad \text{ou encore} \quad \dot{\theta} = \pm \sqrt{\frac{2E_m}{ml^2} - \frac{2g}{l}(1 - \cos \theta)}$$

A l'aide de ce résultat, on peut tracer le portrait de phase du pendule simple ci-dessous.

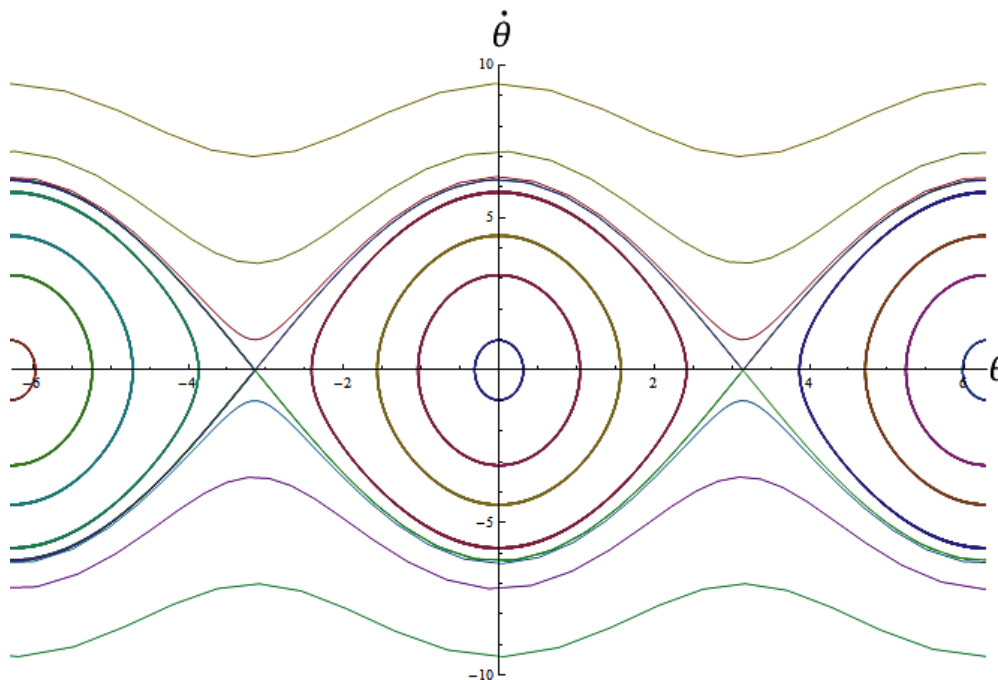


Figure 3 : Portrait de phase d'un pendule simple

On remarquera également grâce à l'animation du pendule simple à fil rigide non amorti que lorsque l'oscillateur n'est plus harmonique, pour des angles importants, le portrait de phase adimensionné est un cycle aplati dans une direction qui n'est dès lors plus un cercle (cf. exercice). Lorsque l'énergie mécanique initiale communiquée au pendule dépasse la valeur limite $2mgl$ alors la trajectoire ne se referme plus. Le pendule effectue plusieurs tours sur lui-même.

4. Cas des systèmes dissipatifs (voir ci-après)

On traitera des systèmes non conservatifs et en particuliers dissipatifs ci-après .

5. Quelques exemples animés

On trouvera des exemples de portraits de phase à la référence suivante :

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Oscillateurs/portrait.php

III. Systèmes non conservatifs - Analyse de phénomènes dissipatifs

1. Exemple de dissipation : effet d'une force de frottement fluide

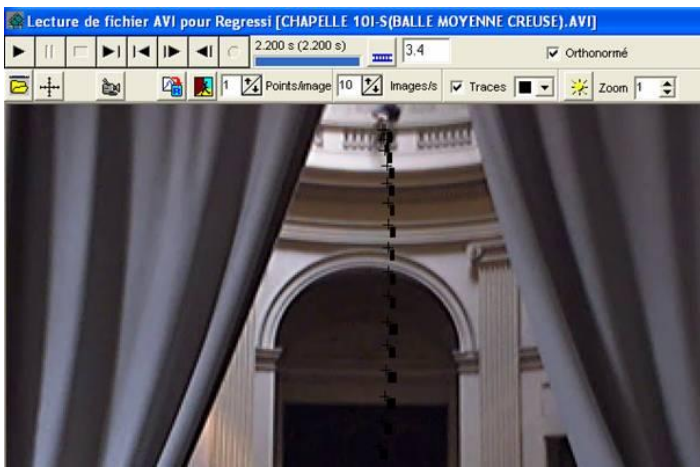


Figure 4 : Chute d'une bille creuse de polystyrène dans l'air – Analyse par chronophotographie

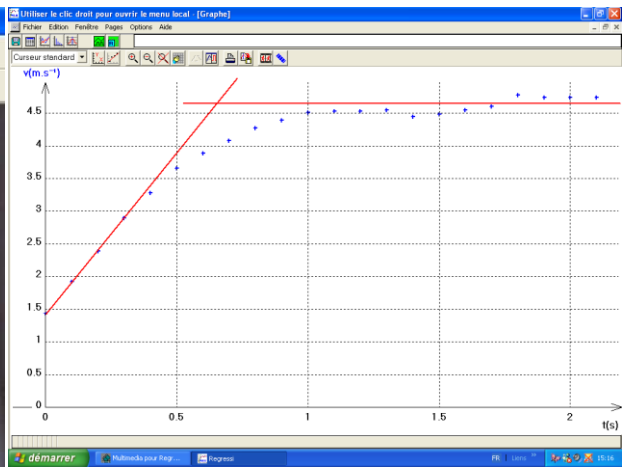


Figure 5 : Analyse des résultats – Evolution de la vitesse en fonction du temps -

Un frottement fluide est une force de frottement qui s'exerce sur un objet qui se déplace dans un fluide ; elle dépend de la vitesse relative de l'objet et du fluide. L'exemple typique est celui d'une bille qui tombe dans un liquide visqueux. Ces faits décrit ci-après sont vérifiables expérimentalement, notamment en faisant tomber une bille creuse de polystyrène dans l'air (figure 4).

Observations :

Initialement, la bille est lâchée sans vitesse initiale. On constate que le mouvement de la bille est accéléré au départ dans le sens du champ de pesanteur. La vitesse augmente pour finalement se stabiliser de façon asymptotique vers une valeur constante limite (figure 5).

Analyse physique :

En effet, la force de frottement fluide est une force qui s'oppose au mouvement de l'objet. Son intensité croît en fonction de la vitesse. Plus la bille descend vite, plus la force de frottement fluide qui s'exerce sur elle est importante (car proportionnelle à la vitesse), jusqu'à ce que soit atteint un régime d'équilibre où la force de frottement compense exactement la force de gravitation et la poussée d'Archimède : la vitesse de la bille devient alors constante.

2. Modèle de frottement fluide

Nous avons vu qu'un corps en mouvement dans un fluide exerce une force de frottement dite fluide sur un système mécanique. Elle communique une force dirigée dans la même direction que le mouvement mais dans un sens opposé. Sa norme ou intensité dépend de la vitesse.

On peut modéliser le vecteur force de frottement fluide par : $\vec{F}_f = -f v^{\alpha-1} \vec{v}$ avec $\alpha \geq 1$ et $f > 0$. L'exposant α dépend de la vitesse ou plus exactement du régime de trainée.

La puissance d'une force de frottement s'écrit : $P_f = \vec{F}_f \cdot \vec{v} = -f v^{\alpha+1} < 0$

La puissance est négative : les forces de frottements fluides sont de nature dissipatives car elle font perdre de la puissance au système mécanique.

Cette force n'est pas conservative car on ne peut trouver de fonction énergie potentielle E_p telle

que l'on puisse écrire $P_f = -\frac{dE_p}{dt}$. **Toutes les forces ne sont pas conservatives.**

3. Remarque

Les frottements fluides se produisent dans un grand nombre de contextes, mais il arrive qu'en fonction de l'importance relative des diverses forces en présence, l'influence du frottement fluide soit considérée comme négligeable. Comme toutes les forces de frottement, cette force dépend fortement de la géométrie de l'objet considéré, de sa surface...

La science qui étudie les frottements s'appelle la tribologie.

4. Modélisation par un modèle analytiquement soluble

a) Choix d'un régime de trainée

En observant le mouvement de la bille creuse de polystyrène, on peut s'apercevoir que la vitesse est faible ($v < 5 \text{ m.s}^{-1}$). Dans ces conditions, on justifiera ultérieurement en mécanique des fluides que le régime de trainée est linéaire en vitesse et que l'on peut écrire : $\vec{F}_f = -f \vec{v}$.

b) Equation du mouvement (vitesse)

On peut calculer la puissance des forces de frottement dans notre modèle : $P_f = \vec{F}_f \cdot \vec{v} = -f v^2 < 0$.

Le système peut être assimilé à un point matériel en chute libre dans le champ de pesanteur terrestre. Si on néglige la poussée d'Archimède, on peut dès lors exprimer son énergie mécanique avec un axe Oz dirigé vers le bas :

$$E_m = E_C + E_{pp} = \frac{1}{2}mv^2 - mgz \quad \text{avec} \quad v(t) = \frac{dz}{dt} = \dot{z}(t)$$

On peut calculer que :

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 - mgz \right)$$

$$\frac{dE_m}{dt} = m\dot{v}v - mg\dot{z}$$

On rappelle que $v = \dot{z}$ et donc :

$$\frac{dE_m}{dt} = m\dot{v}v - mgv$$

$$\frac{dE_m}{dt} = mv(\dot{v} - g)$$

De plus on connaît le théorème de la puissance mécanique qui stipule que : $\frac{dE_m}{dt} = P_{NC} = P_f$.

Le théorème de la puissance mécanique donne :

$$mv(\dot{v} - g) = -fv^2$$

On simplifie :

$$m\dot{v}(\dot{v} - g) = -fv^2$$

$$\dot{v} - g = -\frac{f}{m}v$$

$$\dot{v} + \frac{f}{m}v = g \quad [1]$$

L'analyse dimensionnelle montre que : $\left[\frac{f}{m}\right] = \frac{[\dot{v}]}{[v]} = \frac{[\dot{t}]}{v} = \frac{1}{[t]}$

$\frac{f}{m}$ est donc homogène à l'inverse d'un temps. On peut alors introduire le temps caractéristique du

problème en posant $\frac{f}{m} = \frac{1}{\tau}$ ou $\tau = \frac{m}{f}$ la constante de temps.

On peut réécrire cette équation en $\dot{v} + \frac{1}{\tau}v = g$ [1] ou $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = g$ [1]

La résolution de cette équation différentielle permet de remonter à la loi horaire qui modélise l'évolution de la vitesse au cours du temps.

c) Résolution analytique de l'équation du mouvement

La résolution analytique de l'équation du mouvement est ici possible car l'équation $\dot{v} + \frac{v}{\tau} = g$ est une équation différentielle linéaire à coefficient constant du 1^{er} ordre dont les solutions sont parfaitement connues. Nous allons les rechercher.

L'équation est une équation linéaire, on peut superposer deux types de solution, la solution générale de l'équation homogène (sans second membre) $\dot{v} + \frac{v}{\tau} = 0$ avec la solution particulière.

Solution de l'équation homogène

On transforme : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = 0$ en $\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}v$

L'idée consiste à utiliser une méthode de séparation de variable : $\frac{dv}{v} = -\frac{dt}{\tau}$

On peut intégrer cette expression différentielle : $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\int_0^t \frac{dt'}{\tau}$

On trouve : $[\ln v]_{v_0}^v = \left[-\frac{t'}{\tau}\right]_0^t$

$$\ln v - \ln v_0 = -\frac{t}{\tau}$$

$$\ln\left(\frac{v(t)}{v_0}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$\frac{v(t)}{v_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On trouve que : $v_h(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ où v_0 est une constante à identifier grâce aux conditions aux limites.

On retiendra que la solution générale de l'équation homogène $\dot{y}(t) + a y(t) = 0$ est de la forme $y(t) = A e^{-at}$

Solution particulière

Une solution particulière est une fonction solution supplémentaire à l'expression de la solution de l'équation homogène valable pour un second membre particulier. Elle est unique.

On s'aperçoit que le second membre est constant.

On peut essayer une fonction constante : $v = v_l$.

On voit que $\frac{dv}{dt} = \frac{dv_l}{dt} = 0$.

L'équation $\dot{v} + \frac{v}{\tau} = g$ devient $\frac{v_l}{\tau} = g$.

On trouve la solution particulière : $v_p(t) = v_l = g\tau = \frac{mg}{f}$

Solution : adéquation avec les conditions aux limites

La superposition de la solution de l'équation homogène est :

$$v(t) = v_h(t) + v_p(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + g\tau$$

Il reste à identifier la constante v_0 à l'aide des conditions aux limites.

La bille est lâchée sans vitesse initiale : $v(t=0) = 0$

On a donc : $v(t=0) = v_0 + g\tau = 0$ soit $v_0 = -g\tau$

La loi qui modélise l'évolution est donné par : $v(t) = g\tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

On peut tracer l'évolution de la vitesse en fonction du temps (voir figure).

On s'aperçoit dans cette expression théorique que la vitesse finit par atteindre une vitesse limite que l'on obtient si l'on fait tendre

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} g\tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = g\tau = v_l$$

$v_l = g\tau$ est donc la vitesse limite

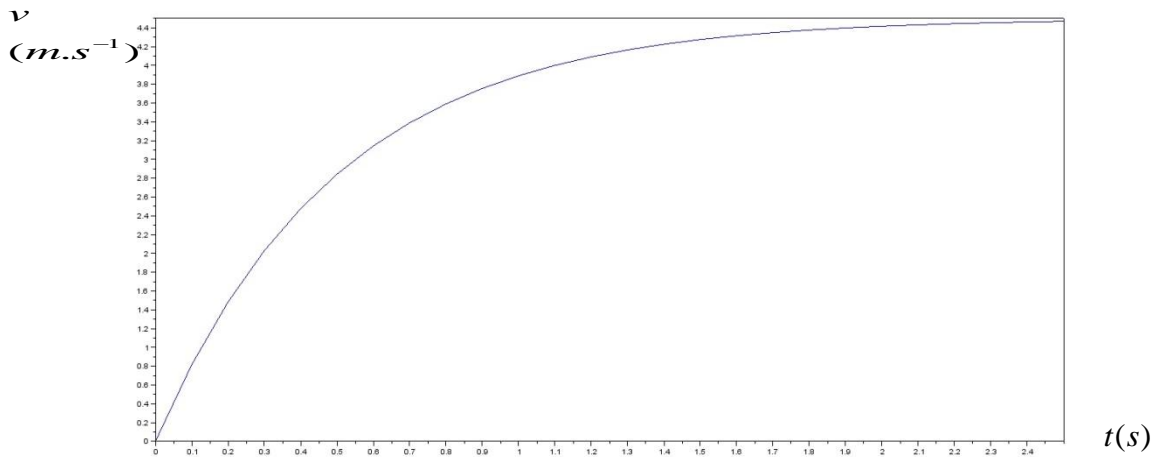


Figure 6 : Analyse des résultats – Evolution de la vitesse en fonction du temps –

$$\text{Tracé de } v(t) = g\tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

La loi $v(t) = g\tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ reproduit le comportement de la vitesse en fonction du temps observé

expérimentalement si on peut superposer la courbe théorique et la courbe expérimentale par ajustement des paramètres, en particulier le coefficient f inconnu intervenant dans la définition du coefficient de frottement. On peut montrer que c'est le cas ici.

5. Modèle numérique

Toutes les équations différentielles ne peuvent être intégrées par des méthodes analytiques. Il convient alors de recourir à l'outil numérique.

On peut utiliser une méthode appelée méthode d'Euler qui consiste à calculer la fonction solution point par point en approximant la dérivée à l'aide de l'équation différentielle de départ.

En mathématiques, la méthode d'Euler, nommée ainsi en l'honneur du mathématicien Leonhard Euler, est une procédure numérique pour résoudre par approximation des équations différentielles du premier ordre avec une condition initiale. C'est la plus simple des méthodes de résolution numérique des équations différentielles.

On discrétise le temps de façon régulière sur un pas Δt : $t_0 = 0, t_1 = \Delta t, t_2 = 2\Delta t, t_i = i \times \Delta t$

L'idée est de remplacer la dérivée par la dérivée numérique :

$$\frac{dv}{dt} \approx \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

Par ailleurs, on sait que : $\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}v + g$.

On peut donc écrire que : $\frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \approx -\frac{1}{\tau}v(t_i) + g$

On trouve une relation de récurrence :

$$v(t_{i+1}) \approx \left[-\frac{1}{\tau}v(t_i) + g \right] (t_{i+1} - t_i) + v(t_i) \approx \left[-\frac{1}{\tau}v(t_i) + g \right] \Delta t + v(t_i)$$

On connaît la vitesse initiale : $v(t_0) = v(0) = 0$

On applique la formule [2] pour évaluer de façon numérique la vitesse à l'instant suivant :

$$v(t_1) \approx \left[-\frac{1}{\tau} v(0) + g \right] \Delta t + v(t_0)$$

Et ainsi de suite...un ordinateur correctement programmé devient rapidement plus efficace qu'un esprit humain pour effectuer cette tâche répétitive.

A l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation comme Scilab ou Python, on crée deux colonnes $[t_i]$ et $[v_i]$ avec $v(t_i) = v_i$.

t	x	y	y1	v	veuler
s	m	m	m		
0	-0.02	0.02	-0.02	1.45	1.45
0.1	0.02	-0.14	0.14	1.92	2.05
0.2	0.04	-0.37	0.37	2.39	2.54
0.3	0.04	-0.62	0.62	2.89	2.92
0.4	0.04	-0.93	0.93	3.28	3.24
0.5	0.08	-1.30	1.30	3.65	3.48
0.6	0.08	-1.67	1.67	3.89	3.68
0.7	0.06	-2.08	2.08	4.08	3.85
0.8	0.08	-2.49	2.49	4.27	3.97
0.9	0.08	-2.93	2.93	4.39	4.08
1	0.06	-3.38	3.38	4.51	4.16
1.1	0.06	-3.83	3.83	4.53	4.23
1.2	0.04	-4.29	4.29	4.53	4.28
1.3	0.02	-4.74	4.74	4.55	4.32
1.4	-0.02	-5.19	5.19	4.45	4.36
1.5	-0.08	-5.65	5.65	4.49	4.38
1.6	-0.14	-6.06	6.06	4.55	4.41
1.7	-0.19	-6.55	6.55	4.60	4.42
1.8	-0.25	-7.01	7.01	4.78	4.44
1.9	-0.31	-7.48	7.48	4.74	4.45
2	-0.37	-7.98	7.98	4.74	4.46
2.1	-0.41	-8.43	8.43	4.74	4.47

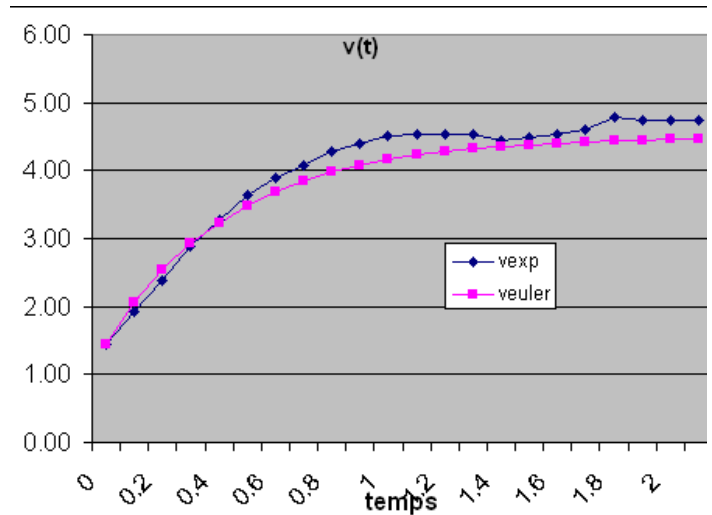


Figure 7 : Analyse des résultats – Modélisation de la vitesse et comparaison avec les données expérimentales en fonction du temps -

6. D'autres phénomènes dissipatifs : analyse à partir du portrait de phase

On a vu que la dissipation par une force de frottement par exemple, du fait d'une puissance négative entraîne une diminution de l'énergie mécanique du système au cours du temps.

L'amplitude d'un mouvement oscillant finit par diminuer au cours du temps.

Cela se traduit par une spirale dans l'espace des phases.

Oscillateur harmonique amorti par frottement fluide

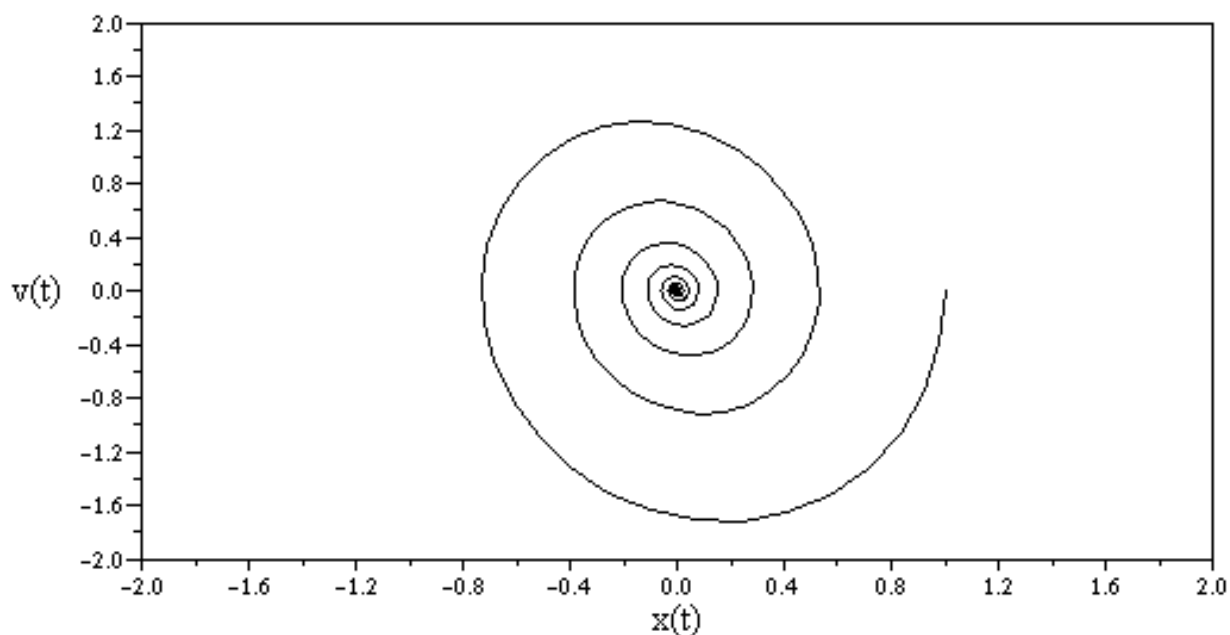


Figure 8 : Portrait de phase d'un oscillateur amorti

7. D'autres exemples

Les systèmes dissipatifs ne sont pas les seuls exemples de système non conservatifs. On peut envisager de décrire une autre catégorie de système où, en plus de la dissipation, un opérateur injecte de la puissance dans le système mécanique.

Il devient alors possible de stabiliser l'énergie mécanique du système en équilibrant la dissipation et la puissance mécanique fournie par un opérateur extérieur. On peut alors parler d'un système mécanique actif par opposition à ceux rencontrés précédemment (que l'on peut appeler passifs).

Un exemple de situation de ce type consiste à réaliser un bilan d'énergie mécanique pour un véhicule en translation (ex. automobile en mouvement rectiligne sur une route).

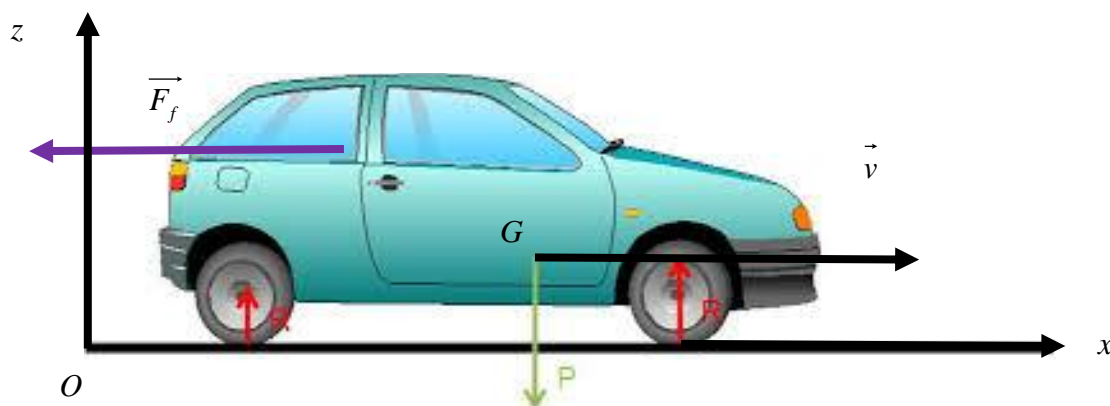


Figure 9 : Dissipation par des forces de frottements fluides et entretien du mouvement d'un véhicule par un opérateur mécanique actif (moteur du véhicule)

On voit sur le schéma que la réaction du support sur les roues compense la force de pesanteur qui s'exerce sur le centre de masse G du véhicule.

Le mouvement est unidimensionnel selon l'axe Ox de la figure 9.

Les forces de réaction et de pesanteur sont perpendiculaires à la direction du mouvement selon Ox.

Ces forces ne travaillent car : $P_g = \vec{m}\vec{g} \cdot \vec{v} = -mgv u_z \cdot u_x = 0$ et $P_R = \vec{R} \cdot \vec{v} = Ru_z \cdot u_x = 0$

On a montré au passage qu'une force perpendiculaire au support ne travaille pas.

Le théorème de la puissance mécanique stipule que : $\frac{dE_m}{dt} = P_{NC} = P_f + P_{moteur}$.

- $P_f < 0$ est la puissance dissipée par les forces de frottements qui fait perdre de l'énergie au système mécanique

- $P_{moteur} > 0$ est une puissance mécanique fournie par le moteur à la transmission du véhicule.

En effet, si $v = Cte$, sachant que le mouvement de G se fait à hauteur constante : $z = Cte$, l'énergie mécanique peut être constante lors du mouvement $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz = Cte$ sans que le système soit conservatif. La condition à vérifier provient de :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz = Cte \quad \rightarrow \quad \frac{dE_m}{dt} = 0 = P_f + P_{moteur} \quad \rightarrow \quad P_f + P_{moteur} = 0$$

La condition est que : $P_{moteur} = -P_f$

On peut avoir un véhicule en translation de vitesse uniforme si le moteur compense exactement la puissance perdue par les forces de frottement.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Oscillateurs/portrait.php