TD 3 : Energétiques des systèmes non conservatifs

Exercice 1 : Portrait de phase de différents systèmes

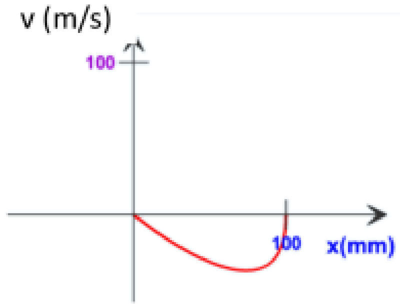


Figure 1

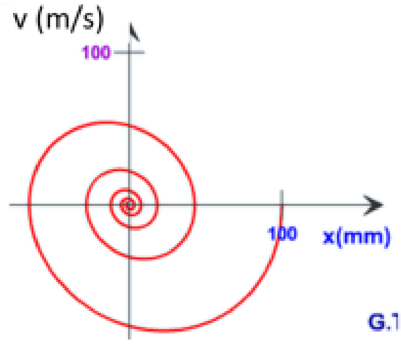


Figure 2

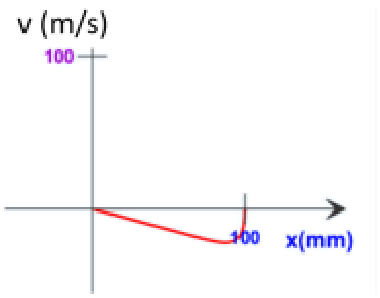


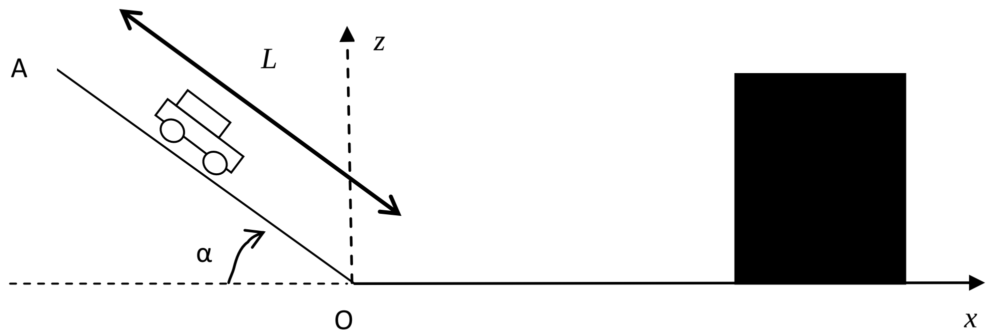
Figure 3

On présente ci-dessus une collection de portraits de phase de différents systèmes mécaniques.
N.B. Le départ du mouvement s'effectue depuis le point de coordonnées $x = 100$ mm ; $v = 0$ m.s^{-1}.

1. Quels sont les systèmes conservatifs ? Quels sont ceux qui sont non conservatifs ? Justifier.
2. A partir de l'allure du portrait de phase indiquer la nature des mouvements.

Exercice 2 : freinage d'une automobile

On considère un véhicule de masse M = 1 t dont on néglige l'inertie de ses parties en rotation, en particulier ses roues. Ce véhicule prend son élan depuis le sommet d'un plan incliné (point A sur le schéma) avec une vitesse initiale nulle. Le plan incliné est de longueur L = 200 m et fait un angle $\alpha = 10°$ avec l'horizontale.

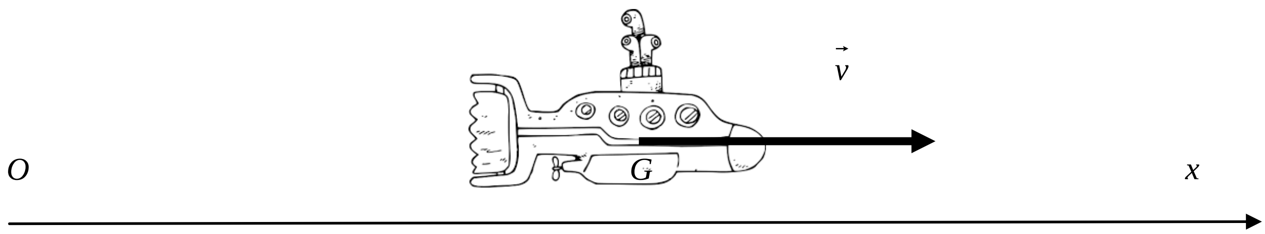


Lors de son déplacement, sur le plan incliné les frottements seront supposés être négligeables. Le véhicule se déplace dans la pente puis arrive au pied du plan incliné (point O). Il termine sa course en se déplaçant sur une route parfaitement horizontale. A partir de se moment, le conducteur applique un couple de freinage sur les roue. Le freinage peut être modélisé par l'application d'une force effective constante F = 10 kN sur le véhicule qui s'applique dans un sens opposé au mouvement.

1. Quelle est la vitesse du véhicule en bas du plan incliné, c'est-à-dire au niveau du point O ?
2. Etablir la loi horaire $v(t)$ puis $x(t)$ sur l'axe Ox dans la seconde partie du mouvement.
3. A quelle distance du point O, le véhicule s'arrête-t-il ? Le conducteur peut-il éviter la collision avec le mur situé à une distance d = 50 m du point O ?

Exercice 3 : mouvement d'un sous marin

Un sous marin totalement immergé de masse m ayant atteint sa vitesse de croisière v_0 constante, coupe ses moteurs à l'instant $t = 0$. L'eau exerce une force de frottement $\overrightarrow{F_f}$ opposé au mouvement et proportionnelle à la vitesse $\vec{v}$ du bateau soit $\overrightarrow{F_f} = -\lambda \vec{v}$. On suppose que la poussée d'Archimède compense exactement le poids de sorte que le mouvement s'effectue à altitude constante. Le mouvement du sous marin est assimilé à celui de son centre de masse G qui suit une trajectoire rectiligne suivant l'axe désigné par Ox.



1. À l'aide du théorème de la puissance cinétique, établir l'équation du mouvement pour la vitesse $\vec{v}(t)$.
2. Donner l'expression de la vitesse en fonction du temps.
3. En déduire l'équation horaire de l'abscisse de sa trajectoire $x(t)$?
4. Où le bateau s'arrêtera-t-il ?
5. Quel est l'énergie mécanique dissipée par la force de frottement entre l'instant où le bateau coupe ses moteurs et celui où il s'arrête ?

Exercice 4 : mouvement dans un champ de pesanteur - freinage par l'atmosphère

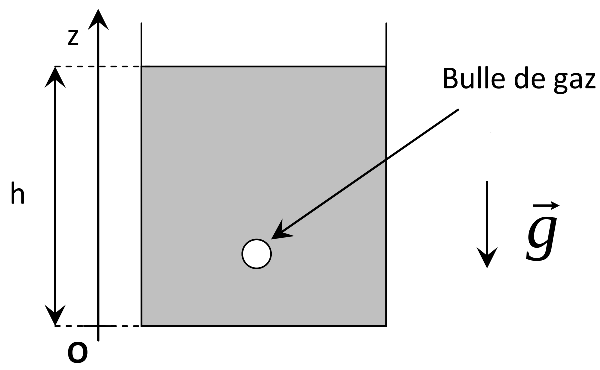
On étudie le mouvement d'un projectile assimilé à un point matériel M de masse m = 100 g dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que ce référentiel est muni d'un repère $\left(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}\right)$. L'axe Ox est horizontal et situé au niveau du sol. L'intensité du champ de pesanteur terrestre est donné : g = 9,8 $m.s^{-2}$. Le projectile subit dans l'atmosphère une force de frottement fluide de la forme : $\overrightarrow{F_f} = -f\vec{v}$

Le point mobile M est initialement situé à l'abscisse $x = 0$ et à l'ordonnée $z = z_0 = h =$ 1,60 m à l'instant $t = 0$ attaché au repère du référentiel d'étude R. L'axe Oz est orienté verticalement vers le haut). Il est lancé verticalement vers le bas avec une vitesse initiale v_0 = 1 $m.s^{-1}$.

1. Exprimer l'énergie cinétique du projectile.
2. Exprimer son énergie potentielle puis en déduire son énergie mécanique.
3. Rappeler le théorème de la puissance mécanique.
4. Le problème est-il conservatif ?
5. En déduire l'équation du mouvement en vitesse $v(t)$ puis en altitude $z(t)$.
6. A quel instant le projectile touche t-il le sol ? Faire l'application numérique avec f = 1 unité SI.
7. Donner l'unité de f .

Exercice 5 : mouvement d'une bulle de gaz dans une eau gazeuse

Un cafetier, physicien de son état, désire déterminer la taille caractéristique des bulles de gaz de dioxyde de carbone de sa boisson favorite. Pour cela, il propose un protocole expérimental décrit dans ce qui suit.
Pour déterminer la taille des bulles de gaz, il remplit tout d'abord un grand verre de hauteur h = 14,0 cm de sa boisson gazeuse favorite. Il observe ensuite la formation des bulles de gaz dans le fond du récipient.



Dès que l'un d'entre elle décolle du fond du récipient, le cafetier actionne un chronomètre pour mesurer l'intervalle de temps nécessaire à la bulle pour que celle-ci atteigne la surface libre (voir schéma).
Il obtient une mesure correspondant à une durée t_0 de 1,2 s.

Pour résoudre le problème, le cafetier émet les hypothèses suivantes :
- la bulle de gaz se forme suffisamment rapidement au fond du récipient pour supposée être une sphère de rayon r constant tout au long du mouvement.
- le gaz emprisonné dans la bulle de gaz est supposé être à pression atmosphérique et à la température de la pièce (25°C)
- lors du mouvement, la bulle de gaz est soumise à une force de frottement dite de Stokes dépendant de la viscosité dynamique η de la boisson, du rayon de la bulle r et de son vecteur vitesse $\vec{v}$ est donnée par l'expression suivante : $\vec{F}_f = -6\pi\eta r\,\vec{v}$
- le référentiel terrestre, supposé galiléen, est pris comme référentiel d'étude et muni d'un axe Oz (fig.)
-la vitesse initiale de la bulle de gaz est nulle
- Les données du problème sont :
  Masse volumique de la boisson (sucrée)à 25°C : ρ_0 = 1,08 g.cm^{-3}
  Masse volumique du gaz dioxyde de carbone à 25°C : ρ = 1,79 g.cm^{-3}
  Viscosité dynamique de la boisson : η = 6,3× 10^{-3} N.m^{-2}.s
  Champ de pesanteur terrestre supposé uniforme : g = 9,81 m.s^{-2}

1. Etablir un bilan des forces qui s'exercent sur la bulle de gaz lorsqu'elle décolle du fond du récipient. Préciser sur un schéma le sens et la direction de chaque force. Donner leur expression vectorielle.
2. Pourquoi la bulle s'élève-t-elle ? Montrer qu'il est possible de négliger le poids de la bulle de gaz dans le problème. *On néglige dans la suite du problème le poids de la bulle de gaz.*
3. Exprimer l'énergie potentielle dont dérive chaque force.
4. En déduire l'énergie mécanique du système.
5. Donner l'équation différentielle (1) décrivant le mouvement de la bulle. On donnera en réponse à cette question l'expression littérale de deux constantes τ et v_0 en fonction de ρ , ρ_0, g , r et η .
6. Quelles sont les dimensions des coefficients τ et v_0 ? Quelle est la signification physique de chacun de ces coefficients ?
7. *Le cafetier suppose que la vitesse de la bulle atteint rapidement un état stationnaire.*
Que signifie l'hypothèse précédente ? (On pourra présenter la réponse à cette question sous la forme d'une inégalité mettant en évidence les ordres de grandeurs pertinents du problème.)
8. En déduire une estimation de v_0.
9. Déterminer le diamètre de la bulle de gaz qui remonte à la surface libre.
10. En reprenant l'expression littérale de v_0, montrer que v_0 s'exprime simplement en fonction de ρ , ρ_0, g , et τ . En déduire une estimation numérique de τ et conclure.

11. A partir de l'équation différentielle (1) et des coefficients mentionnés ci-dessus, trouver une relation approchée Δv_z de la vitesse pour un accroissement (ou pas d'intégration) de : $\Delta t = 5{,}0 \times 10^{-6}$ s.
12. En déduire une relation littérale puis numérique entre la vitesse $v_{z,n+1}$ à l'instant $t_{n+1}=t_n+\Delta t$ et la vitesse $v_{z,n}$ à l'instant t_n

Exercice 6 : modélisation du lancement d'un planeur

On considère dans cet exercice le lancement d'un planeur de masse m assimilé au mouvement de son centre de gravité mobile M. Usuellement, la phase de lancement dure environ une dizaine de minutes pour des considérations économiques sur la consommation du carburant de l'avion lanceur.
On suppose que, dans une direction perpendiculaire au mouvement, la portance du planeur compense exactement la force de pesanteur. On pourra dès lors supposer que le mouvement est unidimensionnel selon un axe pris comme étant l'axe Ox parfaitement horizontal dans le référentiel terrestre. Le référentiel est supposé être galiléen.

Le planeur, pour être lancé, est lié à un avion qui tracte le planeur par un câble. La force de tension de du câble est constante et noté $\vec{F} = F\vec{u_x}$ (id. F =Cte).
L'avion subit en outre une action mécanique du fait de la présence d'une trainée aérodynamique de la forme : $\vec{F_t} = -\frac{1}{2}\rho S C_X v\vec{v}$.
Dans cette expression, on définit :
- ρ la masse volumique de l'atmosphère avec
- S le maitre couple qui correspond à l'aire maximale de la section perpendiculaire au mouvement de l'avion
- C_X le coefficient de trainée aérodynamique.

Données sur le planeur: **Force de traction :** F = 100 N
Envergure : 15 m
Masse : m = 500 kg
Maître couple : S = 2 m^2
Coefficient de trainée aérodynamique $C_X = 0{,}06$

1. Exprimer l'énergie cinétique du planeur.
2. Les forces de portance et de pesanteur travaillent-elles dans ce problème ? Justifier votre réponse.
3. Exprimer l'énergie potentielle associé à l'action de la force de traction $\vec{F}$.
4. Faire de même pour toutes les autres forces.
5. En déduire l'expression de l'énergie mécanique.
6. Le problème est-il conservatif ? Que peut-on dire au sujet de l'énergie mécanique ?
7. Etablir l'équation différentielle en $v(t)$ à laquelle satisfait le mouvement du planeur lors de sa phase de traction par l'avion.
8. Montrer que l'avion ne peut excéder une vitesse limite v_ℓ, que l'on exprimera en fonction des paramètres introduits par l'énoncé.
9. Déterminer la loi d'évolution $v(t)$ de la vitesse du planeur. On pourra utiliser une méthode de séparation des variables de l'équation différentielle pour répondre à la question.
   Pour simplifier, on suppose que lors du départ du mouvement la vitesse initiale est très faible devant la vitesse finale de sorte que l'on puisse prendre comme condition initiale sur la vitesse à l'instant initial $v(t=0)=0$.
10. Selon vous, est-il possible que le planeur atteigne une vitesse proche de sa vitesse maximale accessible à la fin de la phase de lancé ?