

Etude des oscillations libres d'un circuit RLC.

I. COMPETENCES

Réaliser (R)

- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie
- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates
- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales

Valider (V)

- exploiter des observations, des mesures
- confronter un modèle à des résultats expérimentaux

Communiquer à l'écrit (rédiger un compte rendu) (C)

Présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible

II. INTRODUCTION - OBJECTIFS

On étudie ici la réponse d'un circuit RLC disposé comme indiqué sur la figure 1 lorsque ce circuit est soumis à un échelon de tension. Pour simuler un échelon de tension, on prendra le signal carré (rapport cyclique 1/2) délivré par le GBF de la salle de TP. Pour une période du signal suffisamment grande devant le temps caractéristique d'amortissement de la réponse du circuit RLC, on peut supposer que le régime permanent sera atteint à la fin de chaque demi période où le signal du GBF bascule de la valeur U_1 à la valeur U_2 et inversement.

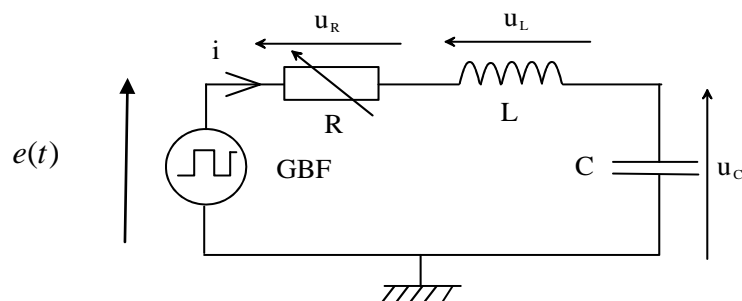


Figure 1

III. ETUDE THEORIQUE

1. On établit l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de u_C .

On utilise la loi des mailles pour écrire que : $u_R + u_C + u_L = e(t)$ (E).

On utilise la définition du courant électrique : $i(t) = \frac{dq}{dt}$

Les lois de tensions aux bornes de chaque dipôle sont :

- Capacité C : $q = Cu_C$ soit $u_C = \frac{q}{C}$. On en déduit que : $i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ (a)
- Résistance R : $u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = RC \frac{du_C}{dt}$ (b)
- Inductance : $u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2} = LC \frac{d^2u_C}{dt^2}$ (c)

On injecte les 3 relations (a), (b) et (c) dans (E) :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = e(t)$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} e(t) \quad (E')$$

2. Analogie électromécanique :

L'équation (E') peut s'écrire : $L \frac{d^2 u_C}{dt^2} + R \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{C} u_C = \frac{1}{C} e(t)$.

Cette équation est similaire à celle d'un oscillateur mécanique amorti :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + kx = f(t).$$

Cela permet de déterminer le tableau d'analogies suivantes :

| | Mécanique | Electricité |
|---------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| Grandeur évolutive | Position : $x(t)$ | Tension : $u_C(t)$ |
| Inertie | Masse : m | Inductance : L |
| Dissipation | Coefficient de frottement : f | Résistance : R |
| Raideur | Raideur du ressort : k | Inverse de la capacité : $1/C$ |

3. On a établi que : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} e(t) \quad (E')$

On définit les paramètres $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\lambda = \frac{R}{2L}$.

L'équation devient : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 2\lambda \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 e(t)$

On peut identifier la pulsation propre du circuit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ainsi que le facteur de qualité

$$Q = \frac{\omega_0}{2\lambda} = \frac{L}{R} \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

4. Résolution de cette équation différentielle pour les 3 cas de figure (à déterminer) :

a) Pour $Q < \frac{1}{2}$, on a : $u_C(t) = A_1 e^{-\frac{t-t_1}{\tau_1}} + A_2 e^{-\frac{t-t_1}{\tau_2}} + U_2$

b) Pour $Q = \frac{1}{2}$, on a : $u_C(t) = (B_1(t-t_1) + B_2) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} + U_2$

c) Pour $Q > \frac{1}{2}$, on a : $u_C(t) = C e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \cos(\Omega(t-t_1) + \Phi) + U_2$.

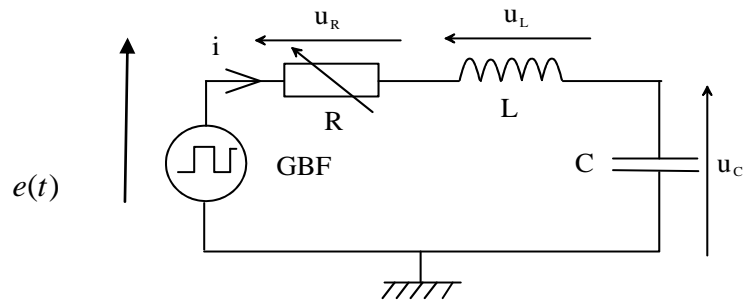
Définir et identifier Ω .

5. Identifier les trois régimes mis en évidence par la résolution de l'équation différentielle.

6. Représenter l'allure des courbes théoriques obtenues.

7. Définir et identifier la pseudo période T en fonction de la période propre T_0 dans le cas c).

IV. ETUDE EXPERIMENTALE



Figure

1. Réaliser le circuit présenté sur le document. Utiliser les boîtes de capacité et de résistance variable ainsi que la bobine à noyau de fer. Régler la valeur de l'inductance à 0,2 H.
2. Visualiser les tensions u_C et u_R à l'oscilloscope en augmentant progressivement la résistance R .
3. Enregistrer les tensions u_C et u_R via une acquisition informatique à l'oscilloscope pour trois valeurs de résistances différentes en mettant en évidence les trois régimes mis en évidence par l'étude théorique.
Pour réaliser l'acquisition, on branchera
4. Identifier la valeur de la résistance critique

V. EXPLOITATION

1. Ajuster les 3 courbes de u_C obtenues avec un modèle de votre choix.
2. Même exploitation pour u_R .
3. Identifier les paramètres des modélisations.
4. Conclusion ?

MATERIEL

- Fils de connexion
 - 1 GBF numérique
 - Oscilloscope numérique relié par port USB
 - Ordinateur avec Regressi et Open choice
 - 1 résistances de $1\text{k}\Omega$ sur support
 - 1 résistances de $10\text{ k}\Omega$ sur support
 - Oscilloscope
 - Boîte de capacité 1- 1000 nF
 - Boîtes de résistance variable 1- 10000 Ω
 - Bobine d'inductance réglable
 - 1 multimètres
-
- Paramètres $R=10\text{ k}\Omega$ et $C= 100\text{ nF}$. $L= 0,2\text{ H}$
 - Excitation par signal carré de 10 à 25 Hz