TD n° 13 : Statique des fluides

Exercice 1 : Interface huile-eau dans un tube en U

On considère un tube en U rempli d'eau jusqu'à une hauteur H = 10 cm par rapport au fond.
La section du tube est s = 1 cm^2. On ajoute 2 cm^3 d'huile dans une des branches du tube.
La masse volumique de l'huile est égale à 0.6 fois celle de l'eau.
A quelle hauteur se trouve l'interface entre l'eau et l'huile ? A quelle hauteur se trouve la surface libre de l'eau dans l'autre branche ?

Exercice 2 : Remontée d'un plongeur

1. Avant une remontée rapide vers la surface, les plongeurs sous-marins vident leurs poumons de l'air qu'il contient. Pourquoi ?
2. En supposant que l'air contenu dans les poumons est à la température du corps (37 °C) et que son volume est de 3 L à 10 m de profondeur, calculer son volume à la surface.
   La pression à la surface est p_0 = 1 bar, la masse volumique de l'eau est ρ = 10^3 kg.m^{-3}.
   On prendra g = 9,8 m.s^{-2}.

Exercice 3 : Pression au sommet de la Tour Eiffel

On checrche à évaluer la pression au sommet de la tour Eiffel de hauteur h = 324 m.
On considère que la température de l'air (gaz parfait) constante égale à T = 25 °C.
La masse molaire de l'air est M = 29 g.mol^{-1}. La pression au niveau du sol est p_0 = 1 bar.

1. Calculer la masse volumique de l'air au niveau du sol.
2. Rappeler l'équation fondamentale de la statique en fonction de $\dfrac{dp}{dz}$, g et ρ.
3. En déduire la loi d'évolution $p(z)$ en fonction de l'altitude.
4. En déduire la valeur numérique de la pression au sommet de la tour Eiffel.

Exercice 4 : Pression au sommet de l'Everest

On considère que la température de l'air (gaz parfait) décroît linéairement avec l'altitude. Au niveau de la mer la température vaut 20 ℃, et au sommet de l'Everest (altitude 8850 m), elle vaut −40 ℃. La masse molaire de l'air est M = 29 g.mol^{-1}.

1. Déterminer la loi de variation de la température avec l'altitude.
2. Établir la loi de variation de la pression avec l'altitude. En déduire la pression au sommet de du Mont Everest en fonction de la pression au niveau de la mer p_0.
3. Montrer que dans l'atmosphère, on a une relation du type PV^k = constante. Calculer k.

Exercice 5 : Force de pression sur un barrage

On s'intéresse à un barrage constitué d'un mur droit vertical. La hauteur d'eau est h = 5 m.
La largeur du cours d'eau est ℓ = 4 m. On suppose que la pression de l'air est p_0 = 1 bar.
La masse volumique de l'eau est ρ = 10^3 kg.m−3. On prendra g = 9,8 m.s^{-2}.
Calculer la force exercée par l'eau sur le barrage.

Exercice 6 : Glaçon dans un verre

Assimilons un glaçon à un cube de glace cubique d'arête a. Si on appelle h la hauteur au dessus de la surface libre de l'eau contenu dans le verre, calculer le rapport h/a en supposant que le glaçon flotte sur l'eau. On donne la masse volumique de l'eau liquide ρ_l et de la glace ρ_g **.**

Exercice 7 : Pression dans une fosse océanique

Dans tout l'exercice, on suppose g = 9,8 m.s^{-2} uniforme.

1. Quelle est la pression dans une fosse océanique à 10 km de profondeur, en supposant que l'eau de mer est incompressible et de masse volumique 1, 03.10^3 kg.m^{-3} et que la pression à la surface est p_0 = 1 bar ?

2. On considère maintenant que l'eau a une masse volumique à la surface ρ_0 = 1, 03.10^3 kg.m^{-3} et un coefficient de compressibilité isotherme χ_T = 4, 5.10^{-10} Pa^{-1}.

a) Exprimer χ_T en fonction de la masse volumique ρ.

b) Á partir de l'équation fondamentale de la statique, établir l'équation différentielle vérifiée par ρ. Déterminer ρ en fonction de *z*.

3. **a)** En déduire l'équation différentielle donnant la pression et la résoudre.

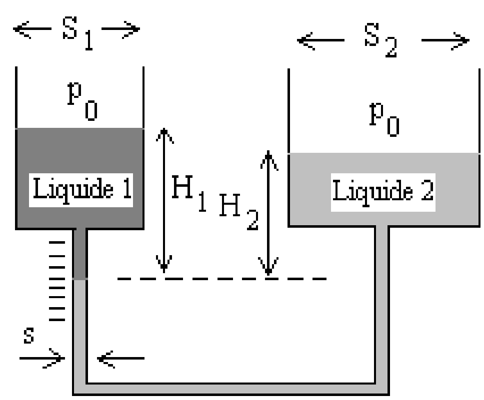
b) Calculer la pression à une profondeur de 10 km et comparer avec le cas précédent.

Exercice 8 : manomètre différentiel

Un manomètre différentiel est constitué de deux récipients cylindriques, de sections droites respectives S_1 et S_2, reliés par un tube de section intérieure *s* constante.
L'ensemble contient deux liquides non miscibles de masses volumiques ρ_1 et ρ_2.

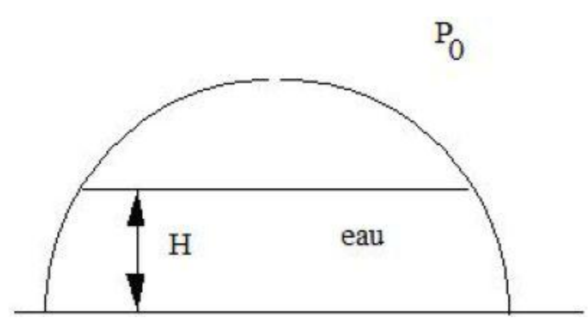
1. Initialement, la pression au-dessus des deux liquides est la même et égale à p_0, la surface de séparation est définie par H_1 et H_2.
En déduire une relation entre ρ_1, ρ_2 H_1 et H_2.

2. On provoque au-dessus du liquide 1 une surpression Δp et la surface de séparation des deux liquides se déplace de Δh.
En déduire la sensibilité $\Delta h / \Delta p$.



Exercice 9 : soulèvement d'une cloche hémisphérique

Une cloche hémisphérique de rayon R et de masse m repose sur un plan horizontal.
Elle contient de l'eau jusqu'à une hauteur H. Elle est percée d'un petit trou en son sommet.
Montrer qu'à partir d'une certaine hauteur H, la cloche se soulève.



Exercice 10 : Ascension d'un ballon sonde

Si le premier ballon-sonde au dihydrogène est dû à Gustave Hermitte et Georges Besançon (1892), c'est incontestablement à l'ingéniosité et à la ténacité de l'atypique Léon Teisserenc de Bort (1855-1913) qu'on doit la mise au point des techniques d'investigation par ballon-sonde et la première cartographie atmosphérique. On note (Oz) l'axe vertical ascendant, z = 0 au niveau du sol.

A. Etude de la troposphère.

La troposphère est la partie de l'atmosphère terrestre inférieure à 10 km. La troposphère fut dénommée ainsi en 1902 par Léon Teisserenc de Bort à partir de la racine "tropos", le changement.
Il découvrit aussi la stratosphère. On la considère comme un gaz parfait de pression $p(z)$, de température $T(z)$ et de volume massique $v(z)$. Au sol, on a la pression p_0 et la température T_0. Elle est en équilibre thermodynamique et mécanique et obéit à la loi polytropique empirique :
$p(z)^{-k}T(z) = p_0^{-k}T_0(z)$ avec k = 0,15
M_{air} désigne la masse molaire de l'air.
1. Comment peut-on qualifier la transformation correspondant au cas k = 0 ?
2. Définir les mots "homogène" et "isotrope". Caractérisent-ils la troposphère ?
3. Donner l'équation d'état d'un gaz parfait liant $p(z)$, $v(z)$, R, M_{air} et $T(z)$.
4. Exprimer la loi de la statique des fluides dans un champ de pesanteur uniforme.
L'exprimer en fonction de $\frac{dp}{dz}$, g et $v(z)$.
5. On appelle gradient thermique la variation de la température par mètre : $\frac{dT}{dz} = -\delta$
Déduire δ en fonction de k, de la masse molaire de l'air M_{air}, de l'accélération de la pesanteur g et de la constante des gaz parfaits R.
Calculer numériquement δ sachant que M_{air} = 29 g.mol−1, g = 9,8 m.s^{-2} et R = 8, 314 J.K^{-1}.mol^{-1}.
6. Donner la loi de variation $T(z)$ en fonction de $T0$, δ et z.
7. On considère une quantité constante de n moles de gaz parfait à l'altitude z qui évolue dans la troposphère. On note $V(z)$ le volume qu'elle occupe à l'altitude z et V_0 son volume au sol. Déterminer la loi $\frac{V(z)}{V_0}$ en fonction de δ, z, T_0 et k.

B. Ascension d'un ballon sonde.

Le ballon sonde dégonflé et instrumenté possède une masse totale m_B = 1, 2 kg. On gonfle au sol son enveloppe avec n_0 moles de dihydrogène. Son volume est alors V_0. L'enveloppe reste fermée tant que son volume $V(z) < V_{\max} = 10\ V_0$. Lorsque $V(z) = V_{\max}$, l'enveloppe se déchire et le ballon retombe au sol.

1. Phase ascensionnelle à enveloppe hermétiquement fermée.
Sur ce ballon s'exerce une force de frottement $\overrightarrow{F_f}$. La force totale s'exerçant sur le ballon est donc $\overrightarrow{F_f} + (F - m_B g)u_z$. En effectuant un bilan des forces, déterminer le terme F en fonction de n_0, de g, de la masse molaire du dihydrogène M_{H2} = 2 g.mol^{-1} et de celle de l'air M_{air}.
2. Calculer la valeur minimale $n_{\min}$ de n_0 pour que le ballon décolle.
3. On admet le modèle de troposphère précédent. Durant l'ascension, on peut considérer que la pression et la température sont quasiment identiques à l'intérieur et à l'extérieur du ballon.
Calculer h, altitude maximale atteinte en prenant T_0 = 293 K. Commenter le résultat.